

중학수학

절대강자

개념 연산
3·1

이 책의 구성과 특징

개념 01 제곱근의 뜻

1 제곱근과 실수

(1) 제곱근: 어떤 수 x 를 제곱하여 a 가 될 때, 즉 $x^2=a(a \geq 0)$ 일 때 x 를 a 의 제곱근이라 한다.

예 $2^2=4$, $(-2)^2=4$ 이므로 4의 제곱근은 2, -2이다.

(2) 제곱근의 개수

① 양수의 제곱근은 양수와 음수 2개가 있다.

예 4는 2^2 , $(-2)^2$ 의 값과 같으므로 4의 제곱근은 2, -2의 2개이다.

② 0의 제곱근은 0의 1개이다.

③ 음수의 제곱근은 없다.

예 -4는 음수이므로 -4의 제곱근은 없다.

2 제곱
-2 제곱근 4

... 제곱근 구하기

x 가 a 의 제곱근이면 $x^2 = \square$ ($a \geq 0$)

01 다음 $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

② (1) 제곱하여 9가 되는 수: 3, $\square$
→ 9의 제곱근: 3, $\square$

(2) 제곱하여 25가 되는 수: 5, $\square$
→ 25의 제곱근: 5, $\square$

③ (3) 제곱하여 $\frac{1}{4}$ 이 되는 수: $\frac{1}{2}$, $\square$
→ $\frac{1}{4}$ 의 제곱근: $\frac{1}{2}$, $\square$

(4) 제곱하여 0.01이 되는 수: 0.1, $\square$
→ 0.01의 제곱근: 0.1, $\square$

02 제곱하여 다음 수가 되는 수를 모두 구하시오.

(1) 16

(2) 0.04

(3) $\frac{1}{100}$

03 다음 수의 제곱근을 모두 구하시오.

(1) 81

(2) 0.64

(3) $\frac{9}{49}$

1 개념 정리

각 단원에서 꼭 알아야 할 내용을 한눈에 알아보기 쉽게 정리하여 개념을 완벽하게 이해할 수 있습니다.

2 개념 확인

개념을 정확하게 이해하고 있는지 빈칸 채우기 문제로 확인할 수 있습니다.

3 연산 문제

개념을 적용한 다양한 연산 문제를 풀어 보며 계산력을 기르고, 수학에 대한 자신감을 키울 수 있습니다.



내신 도전

01 다음 중 옳은 것은?

- ① -3은 -9의 제곱근이다.
- ② 0의 제곱근은 없다.
- ③ 0.64의 제곱근은 0.8, -0.8이다.
- ④ $(-2)^2$ 의 제곱근은 없다.
- ⑤ $\frac{49}{9}$ 의 제곱근은 $\frac{7}{3}$ 의 1개이다.

02 다음 중 나머지 넷과 값이 다른 하나는?

- ① 제곱근 3
- ② 3 또는 -3
- ③ 9의 제곱근
- ④ 제곱하여 9가 되는 수
- ⑤ $x^2=9$ 를 만족시키는 x 의 값

04 $\sqrt{81} \div \sqrt{(-3)^2} - \sqrt{(-4)^2} \times \left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2$ 을 계산하면?

- ① -6 ② -3 ③ 0
- ④ 3 ⑤ 6

05 $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-10a)^2} - \sqrt{(5a)^2}$ 을 근호를 사용하지 않고 나타내면?

- ① $-35a$ ② $-15a$ ③ $-10a$
- ④ $5a$ ⑤ $75a$

4

내신 도전

시험에 자주 출제되는 기본, 핵심 문제를 풀어 보며 실전에 대비할 수 있습니다.



대단원 평가

01 다음 중 옳은 것은?

- ① 0의 제곱근은 없다.
- ② 제곱근 25는 -5이다.
- ③ 9의 제곱근은 3이다.
- ④ -16의 양의 제곱근은 4이다.
- ⑤ $(-6)^2$ 의 제곱근은 6, -6이다.

02 9의 양의 제곱근을 a , 제곱근 $\frac{1}{9}$ 을 b 라 할 때, ab 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

04 $\sqrt{121} \div \sqrt{11^2} - (-\sqrt{10})^2$ 을 간단히 하면?

- ① 11 ② 0 ③ -1
- ④ -9 ⑤ -10

05 $\sqrt{48x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 작은 자연수 x 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 9
- ④ 12 ⑤ 48

5

대단원 평가

단원을 마무리하며 공부했던 내용을 점검해 봅니다.
한 번 더 실전 문제를 풀어 보며 실력을 확인할 수 있습니다.

절대강자

필수 유형 문제로 실력을 키우려면 →

유형

Contents

I 실수와 그 연산

1 제곱근과 실수	
01 제곱근의 뜻	6
02 제곱근의 표현	8
03 제곱근의 성질	10
04 $\sqrt{a^2}$ 의 성질	14
05 제곱수를 이용하여 근호 없애기	16
06 제곱근의 대소 관계	18
07 무리수와 실수	22
08 제곱근표	24
09 실수를 수직선 위에 나타내기	26
10 실수와 수직선	28
11 실수의 대소 관계	30
• 내신 도전	32
2 근호를 포함한 식의 계산	
12 제곱근의 곱셈	34
13 제곱근의 나눗셈	36
14 근호가 있는 식의 변형	38
15 분모의 유리화	40
16 제곱근의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산	42
17 제곱근의 덧셈과 뺄셈	44
18 근호를 포함한 복잡한 식의 계산	48
19 제곱근표에 없는 수의 제곱근의 값	50
• 내신 도전	52
• 대단원 평가	54

II 다항식의 곱셈과 인수분해

1 다항식의 곱셈	
01 곱셈 공식 (1)	58
02 곱셈 공식 (2)	60
03 곱셈 공식을 이용한 수의 계산	62
04 곱셈 공식을 이용한 제곱근의 계산	64
05 곱셈 공식의 변형	66
• 내신 도전	68
2 인수분해	
06 인수와 인수분해	70
07 인수분해 공식 (1) - 완전제곱식	72
08 완전제곱식이 되기 위한 조건	74
09 인수분해 공식 (2) - 제곱의 차	76

10 인수분해 공식 (3) - x^2 의 계수가 1인 이차식	78
11 인수분해 공식 (4) - x^2 의 계수가 1이 아닌 이차식	80
12 복잡한 식의 인수분해	82
13 인수분해 공식을 이용한 수의 계산과 식의 값	84
• 내신 도전	86
• 대단원 평가	88

III 이차방정식

1 이차방정식의 풀이	
01 이차방정식	92
02 이차방정식의 해	94
03 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이	96
04 이차방정식의 중근	98
05 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이	100
06 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이	102
• 내신 도전	104
2 이차방정식의 활용	
07 이차방정식의 근의 공식	106
08 복잡한 이차방정식의 풀이	108
09 이차방정식의 근의 개수	110
10 이차방정식 구하기	112
11 이차방정식의 활용	114
• 내신 도전	118
• 대단원 평가	120

IV 이차함수

1 이차함수와 그 그래프	
01 이차함수	124
02 이차함수 $y=x^2$, $y=-x^2$ 의 그래프	126
03 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프	128
04 이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프	132
05 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프	136
06 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프	140
• 내신 도전	144
2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프	
07 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프	146
08 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 a , b , c 의 부호	150
09 이차함수의 식 구하기	152
10 이차함수의 최댓값과 최솟값	156
11 이차함수의 최댓값과 최솟값의 활용	158
• 내신 도전	160
• 대단원 평가	162



I

실수와 그 연산

이 단원에서 공부해야 할 필수 개념

1 제곱근과 실수

- 개념 01 제곱근의 뜻
- 개념 02 제곱근의 표현
- 개념 03 제곱근의 성질
- 개념 04 $\sqrt{a^2}$ 의 성질
- 개념 05 제곱수를 이용하여 근호 없애기
- 개념 06 제곱근의 대소 관계
- 개념 07 무리수와 실수
- 개념 08 제곱근표
- 개념 09 실수를 수직선 위에 나타내기
- 개념 10 실수와 수직선
- 개념 11 실수의 대소 관계

내신 도전

2 근호를 포함한 식의 계산

- 개념 12 제곱근의 곱셈
- 개념 13 제곱근의 나눗셈
- 개념 14 근호가 있는 식의 변형
- 개념 15 분모의 유리화
- 개념 16 제곱근의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산
- 개념 17 제곱근의 덧셈과 뺄셈
- 개념 18 근호를 포함한 복잡한 식의 계산
- 개념 19 제곱근표에 없는 수의 제곱근의 값

내신 도전

대단원 평가



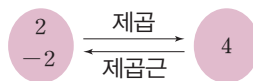
01

제곱근의 뜻

1 제곱근과 실수

(1) 제곱근: 어떤 수 x 를 제곱하여 a 가 될 때, 즉 $x^2=a(a \geq 0)$ 일 때 x 를 a 의 제곱근이라 한다.

예 $2^2=4, (-2)^2=4$ 이므로 4의 제곱근은 2, -2이다.



(2) 제곱근의 개수

① 양수의 제곱근은 양수와 음수 2개가 있다.

예 4는 $2^2, (-2)^2$ 의 값과 같으므로 4의 제곱근은 2, -2의 2개이다.

② 0의 제곱근은 0의 1개이다.

③ 음수의 제곱근은 없다.

예 -4는 음수이므로 -4의 제곱근은 없다.

제곱근 구하기

x 가 a 의 제곱근이면 $x^2=\boxed{a}$ ($a \geq 0$)

01 다음 $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) 제곱하여 9가 되는 수: 3, $\boxed{-3}$

→ 9의 제곱근: 3, $\boxed{-3}$

(2) 제곱하여 25가 되는 수: 5, $\boxed{-5}$

→ 25의 제곱근: 5, $\boxed{-5}$

(3) 제곱하여 $\frac{1}{4}$ 이 되는 수: $\frac{1}{2}$, $\boxed{-\frac{1}{2}}$

→ $\frac{1}{4}$ 의 제곱근: $\frac{1}{2}$, $\boxed{-\frac{1}{2}}$

(4) 제곱하여 0.01이 되는 수: 0.1, $\boxed{-0.1}$

→ 0.01의 제곱근: 0.1, $\boxed{-0.1}$

02 제곱하여 다음 수가 되는 수를 모두 구하시오.

(1) 16 $\mathbf{4, -4}$

(2) 0.04 $\mathbf{0.2, -0.2}$

(3) $\frac{1}{100}$ $\mathbf{\frac{1}{10}, -\frac{1}{10}}$

03 다음 수의 제곱근을 모두 구하시오.

(1) 81 $\mathbf{9, -9}$

(2) 0.64 $\mathbf{0.8, -0.8}$

(3) $\frac{9}{49}$ $\mathbf{\frac{3}{7}, -\frac{3}{7}}$

04 다음 수의 제곱근을 모두 구하시오.

(1) 5^2 **5, -5**

(2) $(-2)^2$ **2, -2**

(3) $(0.02)^2$ **0.02, -0.02**

(4) $(-1.3)^2$ **1.3, -1.3**

(5) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ **$\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$**

(6) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ **$\frac{2}{3}$, $-\frac{2}{3}$**

05 어떤 수의 제곱근이 다음과 같을 때, 어떤 수를 구하시오.

(1) 1, -1 **1**
 $1^2=1, (-1)^2=1$

(2) 7, -7 **49**
 $7^2=49, (-7)^2=49$

(3) 0.5, -0.5 **0.25**
 $(0.5)^2=0.25, (-0.5)^2=0.25$

(4) $\frac{2}{9}$, $-\frac{2}{9}$ **$\frac{4}{81}$**
 $\left(\frac{2}{9}\right)^2=\frac{4}{81}, \left(-\frac{2}{9}\right)^2=\frac{4}{81}$

제곱근의 개수(1) 양수의 제곱근은 **2** 개이다.(2) 0의 제곱근은 **1** 개이다.(3) 음수의 제곱근은 **0** 개이다.**06** 다음 수의 제곱근의 개수를 구하시오.

(1) 25 **2**
 $25=5^2=(-5)^2 \rightarrow 25$ 의 제곱근은 5, -5의 2개

(2) 1 **2**
 $1=1^2=(-1)^2 \rightarrow 1$ 의 제곱근은 1, -1의 2개

(3) $\frac{4}{9}$ **2**
 $\frac{4}{9}=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \rightarrow \frac{4}{9}$ 의 제곱근은 $\frac{2}{3}$, $-\frac{2}{3}$ 의 2개

(4) 0 **1**
 $0=0^2 \rightarrow 0$ 의 제곱근은 0의 1개

(5) -16 **0**
-16은 음수 $\rightarrow$ -16의 제곱근은 없으므로 0개

07 제곱근에 대한 설명 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 × 표를 하시오.(1) 0의 제곱근은 없다. (×)
0의 제곱근은 0이다.

(2) 제곱하여 121이 되는 수는 11, -11이다. (○)

(3) -9의 제곱근은 3, -3이다. (×)
음수의 제곱근은 없다.(4) 모든 수의 제곱근은 2개이다. (×)
0의 제곱근은 1개, 음수의 제곱근은 없다.(5) $\left(-\frac{4}{9}\right)^2$ 의 제곱근은 $\frac{4}{9}$, $-\frac{4}{9}$ 이다. (○)



02

제곱근의 표현

1 제곱근과 실수

(1) 제곱근의 표현: 제곱근은 기호 $\sqrt{\quad}$ (근호)를 사용하여 나타내고 $\sqrt{a}$ 를 '제곱근 a ' 또는 '루트 a '라 읽는다.

(2) 양수 a 의 제곱근 중에서 양수인 것을 양의 제곱근($\sqrt{a}$), 음수인 것을 음의 제곱근($-\sqrt{a}$)이라 한다.

참고 $\sqrt{a}$ 와 $-\sqrt{a}$ 를 한꺼번에 $\pm\sqrt{a}$ 로 나타내기도 한다.

(3) 양수 a 의 제곱근과 제곱근 a 의 의미

① a 의 제곱근 $\rightarrow$ 제곱하여 a 가 되는 수 $\rightarrow \sqrt{a}, -\sqrt{a} \rightarrow 2\text{개}$

② 제곱근 $a \rightarrow a$ 의 양의 제곱근 $\rightarrow \sqrt{a} \rightarrow 1\text{개}$

제곱근의 표현

	양수 a 의 제곱근	제곱근 a
뜻	제곱하여 a 가 되는 수	a 의 양 의 제곱근
표현	$\sqrt{a}, -\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$

01 다음을 근호 ($\sqrt{\quad}$)를 사용하여 나타내시오.

(1) 5의 양의 제곱근 $\sqrt{5}$

5의 제곱근: $\sqrt{5}, -\sqrt{5}$

5의 양의 제곱근: $\sqrt{5}$

(2) 6의 양의 제곱근 $\sqrt{6}$

(3) 12의 양의 제곱근 $\sqrt{12}$

(4) 7의 음의 제곱근 $-\sqrt{7}$

7의 제곱근: $\sqrt{7}, -\sqrt{7}$

7의 음의 제곱근: $-\sqrt{7}$

(5) 10의 음의 제곱근 $-\sqrt{10}$

(6) 24의 음의 제곱근 $-\sqrt{24}$

02 다음을 근호 ($\sqrt{\quad}$)를 사용하여 나타내시오.

(1) $\frac{1}{3}$ 의 양의 제곱근 $\sqrt{\frac{1}{3}}$

$\frac{1}{3}$ 의 제곱근: $\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{3}}$

$\frac{1}{3}$ 의 양의 제곱근: $\sqrt{\frac{1}{3}}$

(2) $\frac{3}{4}$ 의 양의 제곱근 $\sqrt{\frac{3}{4}}$

(3) 0.2의 양의 제곱근 $\sqrt{0.2}$

(4) $\frac{2}{5}$ 의 음의 제곱근 $-\sqrt{\frac{2}{5}}$

(5) 0.5의 음의 제곱근 $-\sqrt{0.5}$

0.5의 제곱근: $\sqrt{0.5}, -\sqrt{0.5}$

0.5의 음의 제곱근: $-\sqrt{0.5}$

(6) 1.4의 음의 제곱근 $-\sqrt{1.4}$

03 다음 수의 제곱근을 근호 ($\sqrt{\quad}$)를 사용하여 나타내시오.

(1) 5 $\pm\sqrt{5}$

(2) 12 $\pm\sqrt{12}$

(3) 20 $\pm\sqrt{20}$

(4) 45 $\pm\sqrt{45}$

(5) $\frac{7}{6}$ $\pm\sqrt{\frac{7}{6}}$

(6) $\frac{21}{10}$ $\pm\sqrt{\frac{21}{10}}$

(7) 2.55 $\pm\sqrt{2.55}$

(8) 3.14 $\pm\sqrt{3.14}$

04 다음을 근호 ($\sqrt{\quad}$)를 사용하여 나타내시오.

(1) 8의 제곱근 $\pm\sqrt{8}$

(2) 제곱근 8 $\sqrt{8}$

(3) $\frac{15}{7}$ 의 제곱근 $\pm\sqrt{\frac{15}{7}}$

(4) 제곱근 $\frac{15}{7}$ $\sqrt{\frac{15}{7}}$

(5) 1.6의 제곱근 $\pm\sqrt{1.6}$

(6) 제곱근 1.6 $\sqrt{1.6}$

05 다음 표의 빈칸에 알맞은 수를 근호 ($\sqrt{\quad}$)를 사용하여 써넣으시오.

a	a 의 제곱근	제곱근 a
3	$\sqrt{3}, -\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
15	$\sqrt{15}, -\sqrt{15}$	$\sqrt{15}$
39	$\sqrt{39}, -\sqrt{39}$	$\sqrt{39}$
47	$\sqrt{47}, -\sqrt{47}$	$\sqrt{47}$



03

제곱근의 성질

1 제곱근과 실수

(1) $a > 0$ 일 때, $(\sqrt{a})^2 = a, (-\sqrt{a})^2 = a$

→ a 의 제곱근을 제곱하면 a 이다.

예 $(\sqrt{5})^2 = 5, (-\sqrt{5})^2 = 5 \rightarrow \sqrt{5}, -\sqrt{5}$ 는 5의 제곱근

(2) $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = a, \sqrt{(-a)^2} = a$

→ 근호 안의 수가 어떤 유리수의 제곱이면 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

예 $\sqrt{3^2} = \sqrt{9} = 3, \sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$

참고 $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = -a$ 로 생각하지 않도록 주의한다.

제곱근의 성질(1)

$a > 0$ 일 때

(1) $(\sqrt{a})^2 = \boxed{a}$

(2) $(-\sqrt{a})^2 = \boxed{a}$

01 다음 값을 구하시오.

(1) $(\sqrt{6})^2$ 6

(2) $(\sqrt{7})^2$ 7

(3) $(\sqrt{10})^2$ 10

(4) $(\sqrt{11})^2$ 11

(5) $-(\sqrt{5})^2$ -5

(6) $-(\sqrt{8})^2$ -8

(7) $-(-\sqrt{12})^2$ -12

(8) $-(-\sqrt{15})^2$ -15

(9) $(\sqrt{\frac{1}{3}})^2$ $\frac{1}{3}$

(10) $(-\sqrt{\frac{1}{5}})^2$ $\frac{1}{5}$

(11) $-(\sqrt{\frac{5}{7}})^2$ $-\frac{5}{7}$

(12) $(\sqrt{0.3})^2$ 0.3

(13) $(-\sqrt{0.7})^2$ 0.7

(14) $-(-\sqrt{3.6})^2$ -3.6

제곱근의 성질(2)

 $a > 0$ 일 때

(1) $\sqrt{a^2} = \boxed{a}$

(2) $\sqrt{(-a)^2} = \boxed{a}$

02 다음 값을 구하시오.

(1) $\sqrt{6^2}$ 6

(2) $\sqrt{(-7)^2}$ 7

(3) $-\sqrt{14^2}$ -14

(4) $-\sqrt{(-18)^2}$ -18

(5) $\sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2}$ $\frac{3}{5}$

(6) $-\sqrt{\left(\frac{1}{7}\right)^2}$ $-\frac{1}{7}$

(7) $\sqrt{(-1.7)^2}$ 1.7

(8) $-\sqrt{(-3.2)^2}$ -3.2

03 다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

(1) $\sqrt{9}$ 3
 $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

(2) $\sqrt{25}$ 5
 $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

(3) $-\sqrt{36}$ -6
 $-\sqrt{36} = -\sqrt{6^2} = -6$

(4) $-\sqrt{81}$ -9
 $-\sqrt{81} = -\sqrt{9^2} = -9$

(5) $\sqrt{\frac{49}{4}}$ $\frac{7}{2}$
 $\sqrt{\frac{49}{4}} = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2} = \frac{7}{2}$

(6) $-\sqrt{\frac{4}{25}}$ $-\frac{2}{5}$
 $-\sqrt{\frac{4}{25}} = -\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2} = -\frac{2}{5}$

(7) $\sqrt{0.16}$ 0.4
 $\sqrt{0.16} = \sqrt{(0.4)^2} = 0.4$

(8) $-\sqrt{1.21}$ -1.1
 $-\sqrt{1.21} = -\sqrt{(1.1)^2} = -1.1$

... 제곱근의 성질을 이용한 덧셈 ...

$$\bullet (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2 = \boxed{3} + \boxed{5} = \boxed{8}$$

$$\bullet \sqrt{6^2} + \sqrt{(-9)^2} = \boxed{6} + \boxed{9} = \boxed{15}$$

04 다음을 계산하시오.

(1) $(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2$ **5**

(2) $\sqrt{5^2} + \sqrt{7^2}$ **12**

(3) $\sqrt{(-8)^2} + \sqrt{49}$ **15**

(주어진 식) $= \sqrt{64} + \sqrt{49} = \sqrt{8^2} + \sqrt{7^2}$
 $= 8 + 7 = 15$

(4) $\sqrt{16} + \sqrt{25}$ **9**

(주어진 식) $= \sqrt{4^2} + \sqrt{5^2}$
 $= 4 + 5 = 9$

(5) $(\sqrt{6})^2 + \sqrt{(-7)^2}$ **13**

(주어진 식) $= 6 + 7 = 13$

(6) $\sqrt{(-3)^2} + (-\sqrt{8})^2$ **11**

(주어진 식) $= \sqrt{3^2} + (\sqrt{8})^2$
 $= 3 + 8 = 11$

... 제곱근의 성질을 이용한 뺄셈 ...

$$\bullet (\sqrt{4})^2 - (-\sqrt{3})^2 = \boxed{4} - \boxed{3} = \boxed{1}$$

$$\bullet \sqrt{(-12)^2} - \sqrt{9^2} = \boxed{12} - \boxed{9} = \boxed{3}$$

05 다음을 계산하시오.

(1) $(\sqrt{10})^2 - (-\sqrt{8})^2$ **2**

(2) $\sqrt{8^2} - \sqrt{(-5)^2}$ **3**

(3) $\sqrt{64} - (-\sqrt{5})^2$ **3**

(주어진 식) $= \sqrt{8^2} - (\sqrt{5})^2 = 8 - 5 = 3$

(4) $\sqrt{100} - \sqrt{81}$ **1**

(주어진 식) $= \sqrt{10^2} - \sqrt{9^2} = 10 - 9 = 1$

(5) $\sqrt{(-5)^2} - (-\sqrt{7})^2$ **-2**

(주어진 식) $= \sqrt{5^2} - (\sqrt{7})^2$
 $= 5 - 7 = -2$

(6) $(-\sqrt{6})^2 - \sqrt{(-10)^2}$ **-4**

(주어진 식) $= (\sqrt{6})^2 - \sqrt{10^2}$
 $= 6 - 10 = -4$

제곱근의 성질을 이용한 곱셈

$$\cdot (\sqrt{2})^2 \times (-\sqrt{4})^2 = \boxed{2} \times \boxed{4} = \boxed{8}$$

$$\cdot \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} \times \sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2} = \boxed{\frac{3}{2}} \times \boxed{\frac{4}{3}} = \boxed{2}$$

06 다음을 계산하십시오.

$$(1) \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 \times (-\sqrt{5})^2 \quad \mathbf{2}$$

$$(\text{주어진 식}) = \frac{2}{5} \times 5 = 2$$

$$(2) \sqrt{\left(-\frac{7}{3}\right)^2} \times \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} \quad \mathbf{\frac{7}{2}}$$

$$(\text{주어진 식}) = \frac{7}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

$$(3) \sqrt{(-2)^2} \times \sqrt{0.25} \quad \mathbf{1}$$

$$(\text{주어진 식}) = \sqrt{2^2} \times \sqrt{(0.5)^2} = 2 \times 0.5 = 1$$

$$(4) \sqrt{\frac{9}{4}} \times \sqrt{4} \quad \mathbf{3}$$

$$(\text{주어진 식}) = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} \times \sqrt{2^2} = \frac{3}{2} \times 2 = 3$$

$$(5) \sqrt{36} \times \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 \quad \mathbf{4}$$

$$(\text{주어진 식}) = \sqrt{6^2} \times \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = 6 \times \frac{2}{3} = 4$$

$$(6) \left(\sqrt{\frac{4}{15}}\right)^2 \times \sqrt{\frac{25}{4}} \quad \mathbf{\frac{2}{3}}$$

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= \left(\sqrt{\frac{4}{15}}\right)^2 \times \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2} \\ &= \frac{4}{15} \times \frac{5}{2} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

제곱근의 성질을 이용한 나눗셈

$$\cdot (-\sqrt{12})^2 \div (\sqrt{2})^2 = \boxed{12} \div \boxed{2} = \boxed{6}$$

$$\begin{aligned} \cdot \sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2} \div \sqrt{\frac{4}{9}} &= \boxed{\frac{4}{3}} \div \boxed{\frac{2}{3}} \\ &= \boxed{\frac{4}{3}} \times \boxed{\frac{3}{2}} = \boxed{2} \end{aligned}$$

07 다음을 계산하십시오.

$$(1) (-\sqrt{4})^2 \div \left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2 \quad \mathbf{3}$$

$$(\text{주어진 식}) = 4 \div \frac{4}{3} = 4 \times \frac{3}{4} = 3$$

$$(2) \sqrt{9^2} \div \sqrt{(-3)^2} \quad \mathbf{3}$$

$$(\text{주어진 식}) = 9 \div 3 = 3$$

$$(3) \sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2} \div \sqrt{\frac{1}{36}} \quad \mathbf{5}$$

$$(\text{주어진 식}) = \sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2} \div \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{5}{6} \div \frac{1}{6} = 5$$

$$(4) (\sqrt{0.2})^2 \div \sqrt{\left(-\frac{1}{10}\right)^2} \quad \mathbf{2}$$

$$(\text{주어진 식}) = 0.2 \div \frac{1}{10} = \frac{2}{10} \times 10 = 2$$

$$(5) (\sqrt{1.6})^2 \div \sqrt{(-0.4)^2} \quad \mathbf{4}$$

$$(\text{주어진 식}) = 1.6 \div 0.4 = 4$$

$$(6) \left(\sqrt{\frac{1}{6}}\right)^2 \div \left\{-\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}\right\} \quad \mathbf{-\frac{1}{2}}$$

$$(\text{주어진 식}) = \frac{1}{6} \div \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6} \times (-3) = -\frac{1}{2}$$



04

$\sqrt{a^2}$ 의 성질

1 제곱근과 실수

근호 안에 문자나 식이 있는 경우는 다음 성질을 이용하여 간단히 한다.

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0 \text{ 일 때}) \\ -a & (a < 0 \text{ 일 때}) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(\text{양수})^2} &= (\text{양수}) \\ \sqrt{(\text{음수})^2} &= \frac{\text{음수}}{\text{양수}} \end{aligned}$$

... $\sqrt{a^2}$ 의 꼴을 포함한 식 간단히 하기 ...

(1) $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = \boxed{a}$

(2) $a < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = \boxed{-a}$

01 다음을 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

(1) $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2}$ **3a**
 $3a > 0$ 이므로 $\sqrt{(3a)^2} = |3a| = 3a$

(2) $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(5a)^2}$ **5a**

(3) $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{(8a)^2}$ **-8a**
 $8a > 0$ 이므로 $-\sqrt{(8a)^2} = -|8a| = -8a$

(4) $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-9a)^2}$ **9a**
 $-9a < 0$ 이므로
 $\sqrt{(-9a)^2} = |-9a| = -(-9a) = 9a$

(5) $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-10a)^2}$ **10a**

(6) $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{(-4a)^2}$ **-4a**
 $-4a < 0$ 이므로
 $-\sqrt{(-4a)^2} = -|-4a| = -\{-(-4a)\} = -4a$

02 다음을 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

(1) $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(4a)^2}$ **-4a**
 $4a < 0$ 이므로 $\sqrt{(4a)^2} = |4a| = -4a$

(2) $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(7a)^2}$ **-7a**

(3) $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(9a)^2}$ **9a**
 $9a < 0$ 이므로
 $-\sqrt{(9a)^2} = -|9a| = -(-9a) = 9a$

(4) $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-11a)^2}$ **-11a**
 $-11a > 0$ 이므로
 $\sqrt{(-11a)^2} = |-11a| = -11a$

(5) $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-15a)^2}$ **-15a**

(6) $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-3a)^2}$ **3a**
 $-3a > 0$ 이므로
 $-\sqrt{(-3a)^2} = -|-3a| = -(-3a) = 3a$

... $\sqrt{(a-b)^2}$ 의 꼴을 포함한 식 간단히 하기 ...

(1) $a-b > 0$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} = \boxed{a-b}$

(2) $a-b < 0$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} = \boxed{-(a-b)}$

03 다음을 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

(1) $x > 2$ 일 때, $\sqrt{(x-2)^2} \quad \mathbf{x-2}$

$x-2 > 0$ 이므로 $\sqrt{(x-2)^2} = |x-2| = x-2$

(2) $x > 2$ 일 때, $-\sqrt{(x-2)^2} \quad \mathbf{2-x}$

$x-2 > 0$ 이므로 $-\sqrt{(x-2)^2} = -|x-2| = 2-x$

(3) $x > 2$ 일 때, $\sqrt{(2-x)^2} \quad \mathbf{x-2}$

$2-x < 0$ 이므로 $\sqrt{(2-x)^2} = |2-x| = -(2-x) = x-2$

(4) $x > 2$ 일 때, $-\sqrt{(2-x)^2} \quad \mathbf{2-x}$

$2-x < 0$ 이므로

$-\sqrt{(2-x)^2} = -|2-x| = -\{-(2-x)\} = 2-x$

(5) $x > -1$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} \quad \mathbf{x+1}$

(6) $x > -1$ 일 때, $-\sqrt{(x+1)^2} \quad \mathbf{-x-1}$

(7) $x > -3$ 일 때, $\sqrt{(x+3)^2} \quad \mathbf{x+3}$

(8) $x > -3$ 일 때, $-\sqrt{(x+3)^2} \quad \mathbf{-x-3}$

04 다음을 근호를 사용하지 않고 나타내시오.

(1) $x < 1$ 일 때, $\sqrt{(x-1)^2} \quad \mathbf{1-x}$

$x-1 < 0$ 이므로

$\sqrt{(x-1)^2} = |x-1| = -(x-1) = 1-x$

(2) $x < 1$ 일 때, $-\sqrt{(x-1)^2} \quad \mathbf{x-1}$

$x-1 < 0$ 이므로

$-\sqrt{(x-1)^2} = -|x-1| = -\{-(x-1)\} = x-1$

(3) $x < 2$ 일 때, $\sqrt{(2-x)^2} \quad \mathbf{2-x}$

$2-x > 0$ 이므로

$\sqrt{(2-x)^2} = |2-x| = 2-x$

(4) $x < 2$ 일 때, $-\sqrt{(2-x)^2} \quad \mathbf{x-2}$

$2-x > 0$ 이므로

$-\sqrt{(2-x)^2} = -|2-x| = -(2-x) = x-2$

(5) $x < -4$ 일 때, $\sqrt{(x+4)^2} \quad \mathbf{-x-4}$

(6) $x < -4$ 일 때, $-\sqrt{(x+4)^2} \quad \mathbf{x+4}$

(7) $x < -1$ 일 때, $\sqrt{(-1-x)^2} \quad \mathbf{-1-x}$

$-1-x > 0$ 이므로

$\sqrt{(-1-x)^2} = |-1-x| = -1-x$

(8) $x < -1$ 일 때, $-\sqrt{(-1-x)^2} \quad \mathbf{x+1}$



05

제곱수를 이용하여 근호 없애기

1 제곱근과 실수

(1) 근호 안의 수가 어떤 자연수의 제곱이면 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

$$\rightarrow \sqrt{(\text{자연수})^2} = (\text{자연수})$$

$$\text{예 } \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$$

(2) 어떤 자연수의 제곱인 수는 소인수분해 했을 때, 소인수의 지수가 모두 짝수이다.

$$\text{예 } 16 = 2^4, 36 = 2^2 \times 3^2$$

(3) $\sqrt{Ax}, \sqrt{\frac{A}{x}}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 구하기

① A 를 소인수분해 한다.

② 소인수의 지수가 모두 짝수가 되도록 하는 x 의 값을 구한다.

(4) $\sqrt{A+x}, \sqrt{A-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 구하기

① $A+x > A$ 이므로 A 보다 큰 제곱수 B 를 찾는다.

② $A+x=B$ 를 만족시키는 자연수 x 의 값을 구한다.

① $A-x < A$ 이므로 A 보다 작은 제곱수 B 를 찾는다.

② $A-x=B$ 를 만족시키는 자연수 x 의 값을 구한다.

... $\sqrt{Ax}$ 꼴의 수가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 구하기

$$\sqrt{24x} = \sqrt{2^3 \times 3 \times x} = (\text{자연수})$$

→ 지수가 홀수인 소인수: $\boxed{2}, \boxed{3}$

$$\text{가장 작은 자연수 } x = \boxed{2} \times \boxed{3} = \boxed{6}$$

01 다음 수가 자연수가 되게 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하시오.

(1) $\sqrt{3x}$ 3

(2) $\sqrt{2^2 \times 7 \times x}$ 7

지수가 홀수인 소인수: 7 → $x=7$

(3) $\sqrt{3^3 \times 5 \times x}$ 15

지수가 홀수인 소인수: 3, 5 → $x=3 \times 5=15$

(4) $\sqrt{3 \times 7^3 \times x}$ 21

$$x=3 \times 7=21$$

(5) $\sqrt{5^4 \times 7^3 \times 11 \times x}$ 77

$$x=7 \times 11=77$$

(6) $\sqrt{2^6 \times 11^3 \times 13 \times x}$ 143

$$x=11 \times 13=143$$

02 다음 수가 자연수가 되게 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하시오.

(1) $\sqrt{8x}$ 2

$8=2^3$ 이고, 지수가 홀수인 소인수는 2이므로

가장 작은 자연수 $x=2$

(2) $\sqrt{18x}$ 2

$18=2 \times 3^2$ 이고, 지수가 홀수인 소인수는 2이므로

가장 작은 자연수 $x=2$

(3) $\sqrt{30x}$ 30

$30=2 \times 3 \times 5$ 이고, 지수가 홀수인 소인수는 2, 3, 5이므로

가장 작은 자연수 $x=2 \times 3 \times 5=30$

(4) $\sqrt{45x}$ 5

$45=3^2 \times 5$ 이고, 지수가 홀수인 소인수는 5이므로

가장 작은 자연수 $x=5$

(5) $\sqrt{104x}$ 26

$104=2^3 \times 13$ 이고, 지수가 홀수인 소인수는 2, 13이므로

가장 작은 자연수 $x=2 \times 13=26$

(6) $\sqrt{140x}$ 35

$140=2^2 \times 5 \times 7$ 이고, 지수가 홀수인 소인수는 5, 7이므로

가장 작은 자연수 $x=5 \times 7=35$

..... $\sqrt{\frac{A}{x}}$ 꼴의 수가 자연수가 되도록
하는 자연수 x 의 값 구하기

$$\sqrt{\frac{20}{x}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 5}{x}} = (\text{자연수})$$

→ 지수가 홀수인 소인수: $\boxed{5}$ 가장 작은 자연수 $x = \boxed{5}$

03 다음 수가 자연수가 되게 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하시오.

(1) $\sqrt{\frac{2^4 \times 3}{x}}$ **3**

지수가 홀수인 소인수: 3 → $x=3$

(2) $\sqrt{\frac{2^3 \times 5}{x}}$ **10**

지수가 홀수인 소인수: 2, 5 → $x=2 \times 5=10$

(3) $\sqrt{\frac{2^3 \times 3 \times 7^2}{x}}$ **6**

지수가 홀수인 소인수: 2, 3 → $x=2 \times 3=6$

(4) $\sqrt{\frac{5^3 \times 7 \times 11^2}{x}}$ **35**

지수가 홀수인 소인수: 5, 7 → $x=5 \times 7=35$

04 다음 수가 자연수가 되게 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하시오.

(1) $\sqrt{\frac{50}{x}}$ **2**

$50=2 \times 5^2$ 이고, 지수가 홀수인 소인수는 2이므로
가장 작은 자연수 $x=2$

(2) $\sqrt{\frac{24}{x}}$ **6**

$24=2^3 \times 3$ 이고, 지수가 홀수인 소인수는 2, 3이므로
가장 작은 자연수 $x=2 \times 3=6$

(3) $\sqrt{\frac{56}{x}}$ **14**

$56=2^3 \times 7$ 이고, 지수가 홀수인 소인수는 2, 7이므로
가장 작은 자연수 $x=2 \times 7=14$

(4) $\sqrt{\frac{270}{x}}$ **30**

$270=2 \times 3^3 \times 5$ 이고, 지수가 홀수인 소인수는 2, 3, 5이므로
가장 작은 자연수 $x=2 \times 3 \times 5=30$

..... $\sqrt{A+x}$, $\sqrt{A-x}$ 꼴의 수가 자연수가
되도록 하는 자연수 x 의 값 구하기

(1) $\sqrt{A+x} = (\text{자연수})$

→ A 보다 큰 **제곱수**를 찾고, $A+x = \boxed{\text{제곱수}}$ 를 만족
시키는 x 의 값을 구한다.

(2) $\sqrt{A-x} = (\text{자연수})$

→ A 보다 작은 **제곱수**를 찾고, $A-x = \boxed{\text{제곱수}}$ 를 만
족시키는 x 의 값을 구한다.

05 다음 수가 자연수가 되게 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하시오.

(1) $\sqrt{7+x}$ **2**

7보다 큰 제곱수는 9, 16, ...이므로

$7+x=9$, $7+x=16$, ...에서 $x=2$, $x=9$, ...

따라서 가장 작은 자연수 x 의 값은 2이다.

(2) $\sqrt{x+11}$ **5**

$x+11=16$ 이므로 $x=5$

(3) $\sqrt{24+x}$ **1**

$24+x=25$ 이므로 $x=1$

(4) $\sqrt{8-x}$ **4**

8보다 작은 제곱수는 1, 4이므로

$8-x=1$, $8-x=4$ 에서 $x=7$, $x=4$

따라서 작은 자연수 x 의 값은 4이다.

(5) $\sqrt{15-x}$ **6**

$15-x=9$ 이므로 $x=6$

(6) $\sqrt{21-x}$ **5**

$21-x=16$ 이므로 $x=5$



제곱근의 대소 관계

1 제곱근과 실수

(1) $a > 0, b > 0$ 일 때

① $a < b$ 이면 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

예 $2 < 5$ 이므로 $\sqrt{2} < \sqrt{5}$

② $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ 이면 $a < b$

예 $\sqrt{2} < \sqrt{5}$ 이므로 $2 < 5$

③ $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ 이면 $-\sqrt{a} > -\sqrt{b}$

예 $\sqrt{2} < \sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{2} > -\sqrt{5}$

(2) a 와 $\sqrt{b}$ 의 대소 비교(단, $a > 0, b > 0$)

a 를 근호를 사용하여 나타낸 후 대소를 비교한다.

→ $\sqrt{a^2}$ 과 $\sqrt{b}$ 의 대소를 비교

예 2와 $\sqrt{5}$ 의 대소 비교 → $2 = \sqrt{2^2} = \sqrt{4}$ 이고 $\sqrt{4} < \sqrt{5}$ 이므로 $2 < \sqrt{5}$

... $\sqrt{a}$ 와 $\sqrt{b}$ 의 대소 비교 ...

$a > 0, b > 0$ 일 때,

(1) $a < b$ 이면 $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

(2) $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ 이면 $a < b$

01 다음 ○ 안에 < 또는 > 를 써넣으시오.

(1) $\sqrt{2} < \sqrt{6}$

$2 < 6$ 이므로 $\sqrt{2} < \sqrt{6}$

(2) $\sqrt{8} > \sqrt{7}$

(3) $\sqrt{10} > \sqrt{5}$

(4) $\sqrt{15} > \sqrt{12}$

(5) $\sqrt{13} < \sqrt{14}$

(6) $\sqrt{18} < \sqrt{20}$

(7) $\sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{\frac{3}{2}}$

(8) $\sqrt{\frac{1}{3}} > \sqrt{\frac{1}{4}}$

(9) $\sqrt{0.2} < \sqrt{0.3}$

(10) $\sqrt{3.1} > \sqrt{2.5}$

..... $-\sqrt{a}$ 와 $-\sqrt{b}$ 의 대소 비교

$a > 0, b > 0$ 일 때,

$\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 이면 $-\sqrt{a} < -\sqrt{b}$

02 다음 ○ 안에 < 또는 > 를 써넣으시오.

(1) $-\sqrt{2} > -\sqrt{7}$

$\sqrt{2} < \sqrt{7}$ 이므로 $-\sqrt{2} > -\sqrt{7}$

(2) $-\sqrt{8} < -\sqrt{6}$

(3) $-\sqrt{10} < -\sqrt{8}$

(4) $-\sqrt{5} > -\sqrt{12}$

(5) $-\sqrt{11} > -\sqrt{13}$

(6) $-\sqrt{18} < -\sqrt{17}$

(7) $-\sqrt{28} < -\sqrt{26}$

(8) $-\sqrt{24} > -\sqrt{30}$

(9) $-\sqrt{\frac{2}{3}} > -\sqrt{\frac{4}{3}}$

(10) $-\sqrt{\frac{1}{4}} < -\sqrt{\frac{1}{6}}$

(11) $-\sqrt{\frac{1}{2}} > -\sqrt{\frac{2}{3}}$

(12) $-\sqrt{\frac{3}{5}} > -\sqrt{\frac{2}{3}}$

(13) $-\sqrt{0.3} > -\sqrt{0.6}$

(14) $-\sqrt{1.7} < -\sqrt{1.5}$

(15) $-\sqrt{6.3} < -\sqrt{5.3}$

(16) $-\sqrt{0.3} > -\sqrt{0.43}$

... **02** a 와 $\sqrt{b}$ 의 대소 비교

a 를 근호로 사용하여 나타낸다. $\rightarrow a = \sqrt{a^2}$

$\sqrt{a^2}$ 과 $\sqrt{b}$ 의 대소를 비교한다.

03 다음 ○ 안에 < 또는 >를 써넣으시오.

(1) $\sqrt{3}$ ○ 2

$2 = \sqrt{4}$ 이므로 $\sqrt{3} < \sqrt{4}$ 에서 $\sqrt{3} < 2$

(2) $\sqrt{17}$ ○ 4

$4 = \sqrt{16}$ 이므로 $\sqrt{17} > \sqrt{16}$ 에서 $\sqrt{17} > 4$

(3) 3 ○ $\sqrt{10}$

(4) 6 ○ $\sqrt{34}$

(5) $\frac{1}{5}$ ○ $\sqrt{\frac{1}{5}}$

$\frac{1}{5} = \sqrt{\frac{1}{25}}$ 이므로 $\sqrt{\frac{1}{25}} < \sqrt{\frac{1}{5}}$ 에서 $\frac{1}{5} < \sqrt{\frac{1}{5}}$

(6) $\sqrt{\frac{5}{9}}$ ○ $\frac{2}{3}$

(7) 0.3 ○ $\sqrt{0.08}$

$0.3 = \sqrt{0.09}$ 이므로 $\sqrt{0.09} > \sqrt{0.08}$ 에서 $0.3 > \sqrt{0.08}$

(8) $\sqrt{0.7}$ ○ 0.7

$0.7 = \sqrt{0.49}$ 이므로 $\sqrt{0.7} > \sqrt{0.49}$ 에서 $\sqrt{0.7} > 0.7$

04 다음 ○ 안에 < 또는 >를 써넣으시오.

(1) $-\sqrt{5}$ ○ -2

$2 = \sqrt{4}$ 이므로 $\sqrt{5} > \sqrt{4}$ 에서 $-\sqrt{5} < -2$

(2) $-\sqrt{8}$ ○ -3

(3) -4 ○ $-\sqrt{17}$

(4) -5 ○ $-\sqrt{24}$

(5) $-\frac{1}{6}$ ○ $-\sqrt{\frac{1}{6}}$

$\frac{1}{6} = \sqrt{\frac{1}{36}}$ 이므로 $\sqrt{\frac{1}{36}} < \sqrt{\frac{1}{6}}$ 에서 $-\frac{1}{6} > -\sqrt{\frac{1}{6}}$

(6) $-\sqrt{\frac{3}{4}}$ ○ $-\frac{1}{2}$

(7) -0.2 ○ $-\sqrt{0.2}$

$0.2 = \sqrt{0.04}$ 이므로 $\sqrt{0.04} < \sqrt{0.2}$ 에서 $-0.2 > -\sqrt{0.2}$

(8) $-\sqrt{0.26}$ ○ -0.5

$0.5 = \sqrt{0.25}$ 이므로 $\sqrt{0.26} > \sqrt{0.25}$ 에서 $-\sqrt{0.26} < -0.5$

세 수의 대소 비교

$a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때,

(1) $\sqrt{a} < \sqrt{b} < \sqrt{c}$ 이면 $a < b < c$

(2) $a < b < c$ 이면 $\sqrt{a} < \sqrt{b} < \sqrt{c}$

05 다음 수들을 큰 수부터 차례로 나열하시오.

(1) $3, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ $3, \sqrt{3}, \sqrt{2}$
 $3 = \sqrt{9}$ 이므로 $\sqrt{9} > \sqrt{3} > \sqrt{2}$ 에서 $3 > \sqrt{3} > 2$

(2) $5, \sqrt{27}, \sqrt{32}$ $\sqrt{32}, \sqrt{27}, 5$
 $5 = \sqrt{25}$ 이므로 $\sqrt{32} > \sqrt{27} > \sqrt{25}$ 에서 $\sqrt{32} > \sqrt{27} > 5$

(3) $4, \sqrt{15}, \sqrt{17}$ $\sqrt{17}, 4, \sqrt{15}$
 $4 = \sqrt{16}$ 이므로 $\sqrt{17} > \sqrt{16} > \sqrt{15}$ 에서 $\sqrt{17} > 4 > \sqrt{15}$

(4) $6, \sqrt{50}, 7$ $\sqrt{50}, 7, 6$

(5) $\sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt{\frac{1}{6}}, \frac{1}{5}$ $\sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt{\frac{1}{6}}, \frac{1}{5}$

(6) $\sqrt{\frac{3}{4}}, \sqrt{\frac{1}{4}}, \frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}, \sqrt{\frac{3}{4}}, \sqrt{\frac{1}{4}}$

(7) $\sqrt{0.1}, 0.4, \sqrt{0.2}$ $\sqrt{0.2}, 0.4, \sqrt{0.1}$
 $0.4 = \sqrt{0.16}$ 이므로 $\sqrt{0.2} > \sqrt{0.16} > \sqrt{0.1}$ 에서 $\sqrt{0.2} > 0.4 > \sqrt{0.1}$

(8) $\sqrt{0.5}, 0.5, \sqrt{0.4}$ $\sqrt{0.5}, \sqrt{0.4}, 0.5$

제곱근을 포함한 부등식

$a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때,

$\sqrt{a} < \sqrt{b} < \sqrt{c} \rightarrow (\sqrt{a})^2 < (\sqrt{b})^2 < (\sqrt{c})^2$
 $\rightarrow a < b < c$

06 다음 부등식을 만족시키는 자연수 x 의 값을 모두 구하시오.

(1) $\sqrt{x} \leq 1$ 1

(2) $\sqrt{x} \leq 2$ 1, 2, 3, 4
 $\sqrt{x} \leq 2$ 에서 양변을 제곱하면 $x \leq 4$
따라서 $\sqrt{x} \leq 2$ 를 만족시키는 자연수 x 의 값은 1, 2, 3, 4이다.

(3) $\sqrt{x} < 3$ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

07 다음 부등식을 만족시키는 자연수 x 의 개수를 구하시오.

(1) $1 < \sqrt{x} < 2$ 2
각 변을 제곱하면 $1 < x < 4$
따라서 $1 < \sqrt{x} < 2$ 를 만족시키는 자연수 x 의 값은 2, 3의 2개이다.

(2) $2 \leq \sqrt{2x} < 3$ 3
각 변을 제곱하면 $4 \leq 2x < 9, 2 \leq x < \frac{9}{2}$
따라서 $2 \leq \sqrt{2x} < 3$ 을 만족시키는 자연수 x 의 값은 2, 3, 4의 3개이다.

(3) $1 < \sqrt{x-1} \leq 2$ 3
각 변을 제곱하면 $1 < x-1 \leq 4, 2 < x \leq 5$
따라서 $1 < \sqrt{x-1} \leq 2$ 를 만족시키는 자연수 x 의 값은 3, 4, 5의 3개이다.



07

무리수와 실수

1 제곱근과 실수

- (1) 유리수: 분수 $\frac{b}{a}$ (a, b 는 정수, $a \neq 0$) 꼴로 나타낼 수 있는 수
- (2) 무리수: 유리수가 아닌 수, 즉 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어지는 수
- 예 $\sqrt{3}, \pi, 3.121234\cdots, \sqrt{2}-1$
- (3) 실수: 유리수와 무리수를 통틀어 실수라 한다.

$$\text{실수} \begin{cases} \text{유리수} \begin{cases} \text{양의 정수(자연수): } 1, 2, 3, \dots \\ 0 \\ \text{음의 정수: } -1, -2, -3, \dots \\ \text{정수가 아닌 유리수: } \frac{1}{2}, 0.4, 0.\dot{2}\dot{3}, \dots \end{cases} \\ \text{무리수(순환하지 않는 무한소수): } \sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi, 0.4276586329\cdots, \dots \end{cases}$$

유리수와 무리수의 구분

유리수: 분수 $\frac{b}{a}$ (a, b 는 정수, $a \neq 0$) 꼴로 나타낼 수 있는 수

무리수: 유리수가 아닌 수, 즉 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어지는 수

→ 근호를 사용하여 나타낸 수 중에서 근호 안의 수가 유리수의 제곱인 수는 **유리수** 이고, 유리수의 제곱이 아닌 수는

무리수 이다.

01 다음 중 유리수는 '유', 무리수는 '무'를 써넣으시오.

(1) 0 (유)

(2) $\sqrt{5}$ (무)

(3) $-\sqrt{25}$
 $-\sqrt{25} = -5$ (유)

(4) $1.\dot{5}\dot{3}$ (유)

(5) 2.524 (유)

(6) $3.112123\cdots$ (무)

(7) $\sqrt{\frac{9}{16}}$
 $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ (유)

(8) $-\sqrt{\frac{27}{4}}$ (무)

(9) $-\sqrt{0.4}$ (무)

(10) $\sqrt{0.04}$
 $\sqrt{0.04} = 0.2$ (유)

(11) $\sqrt{0.\dot{4}}$
 $\sqrt{0.\dot{4}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ (유)

(12) $\sqrt{1.\dot{2}}$
 $\sqrt{1.\dot{2}} = \sqrt{\frac{11}{9}}$ (무)

02 다음 중 순환하지 않는 무한소수는 ○표, 아닌 것은 ×표를 하시오.

(1) $\sqrt{6}$ (○)

(2) $-\sqrt{9}$ (×)
 $-\sqrt{9} = -3$

(3) $\sqrt{0}$ (×)
 $\sqrt{0} = 0$

(4) $0.\dot{2}$ (×)

(5) $-\sqrt{\frac{16}{25}}$ (×)
 $-\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}$

(6) $\sqrt{1.6}$ (○)

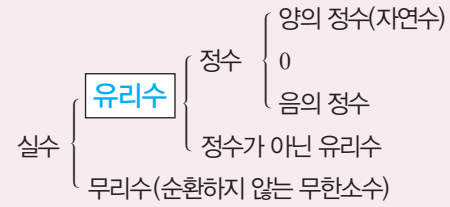
(7) 3.14 (×)

(8) π (○)

(9) $\pi - 2$ (○)

(10) $4 - \sqrt{49}$ (×)
 $4 - \sqrt{49} = 4 - 7 = -3$

실수의 이해



(1) 유한소수, 순환소수 → 유리수

(2) 순환하지 않는 무한소수 → 무리수

03 다음 설명 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

(1) 유리수가 아닌 수를 무리수라 한다. (○)

(2) 순환소수 중에는 무리수인 것도 있다. (×)
순환소수는 유리수이다.

(3) $\sqrt{3}$ 은 실수가 아니다. (×)
 $\sqrt{3}$ 은 무리수이고 실수이다.

(4) 유리수와 무리수를 통틀어 실수라 한다. (○)

(5) 0은 유리수도 무리수도 아니다. (×)
0은 유리수이다.

(6) 양수의 제곱근은 모두 무리수이다. (×)
4의 제곱근은 ± 2 이고, ± 2 는 유리수이다.

(7) 무한소수 중에는 유리수인 것도 있다. (○)

(8) 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수이다. (×)
순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.



08

제곱근표

1 제곱근과 실수

- (1) 제곱근표: 1.00부터 99.9까지의 수에 대한 양의 제곱근의 값을 반올림하여 소수점 아래 셋째 자리까지 나타낸 표
- (2) 제곱근표를 이용하여 제곱근의 값을 구할 때에는 제곱근표에서 처음 두 자리 수의 가로줄과 끝자리 수의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수를 찾는다.

예 제곱근표에서 $\sqrt{3.21}$ 의 값은 3.2의 가로줄과 1의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수를 찾으면 되므로 1.792이다.

〈제곱근표 보는 방법〉

수	0	1	2	3	4	...
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741	1.744	...
3.1	1.761	1.764	1.766	1.769	1.772	...
3.2	1.789	1.792	1.794	1.797	1.800	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

제곱근표를 이용하여 제곱근의 값 구하기

$\sqrt{2.12}$

수	0	1	2
2.0	1.414	1.418	1.421
2.1	1.449	1.453	1.456
2.2	1.483	1.487	1.490

2.1의 가로줄과 2의 세로줄이 만나는 곳: 1.456

$\rightarrow \sqrt{2.12} = 1.456$

01 제곱근표를 이용하여 다음 제곱근의 값을 구하시오.

수	0	1	2	3
5.0	2.236	2.238	2.241	2.243
5.1	2.258	2.261	2.263	2.265
5.2	2.280	2.283	2.285	2.287
5.3	2.302	2.304	2.307	2.309

(1) $\sqrt{5}$ 2.236

(2) $\sqrt{5.1}$ 2.258

(3) $\sqrt{5.32}$ 2.307

02 제곱근표를 이용하여 다음 제곱근의 값을 구하시오.

수	5	6	7	8	9
2.5	1.597	1.600	1.603	1.606	1.609
2.6	1.628	1.631	1.634	1.637	1.640
2.7	1.658	1.661	1.664	1.667	1.670
2.8	1.688	1.691	1.694	1.697	1.700
2.9	1.718	1.720	1.723	1.726	1.729

(1) $\sqrt{2.56}$ 1.600

(2) $\sqrt{2.65}$ 1.628

(3) $\sqrt{2.78}$ 1.667

(4) $\sqrt{2.87}$ 1.694

(5) $\sqrt{2.95}$ 1.718

(6) $\sqrt{2.99}$ 1.729

03 $\sqrt{x}$ 의 값이 다음과 같을 때, 제곱근표를 이용하여 x 의 값을 구하시오.

수	0	1	2	3	4
10	3.162	3.178	3.194	3.209	3.225
11	3.317	3.332	3.347	3.362	3.376
12	3.464	3.479	3.493	3.507	3.521
13	3.606	3.619	3.633	3.647	3.661
14	3.742	3.755	3.768	3.782	3.795
15	3.873	3.886	3.899	3.912	3.924

(1) $\sqrt{x}=3.225$ **10.4**

(2) $\sqrt{x}=3.332$ **11.1**

(3) $\sqrt{x}=3.493$ **12.2**

(4) $\sqrt{x}=3.782$ **14.3**

(5) $\sqrt{x}=3.606$ **13**

(6) $\sqrt{x}=3.899$ **15.2**

04 01~03의 제곱근표를 이용하여 다음 제곱근의 합을 구하시오.

(1) $\sqrt{5.02}+\sqrt{5.31}$ **4.545**

(주어진 식) $=2.241+2.304=4.545$

(2) $\sqrt{5.23}+\sqrt{2.89}$ **3.987**

(주어진 식) $=2.287+1.700=3.987$

(3) $\sqrt{11.4}+\sqrt{2.85}$ **5.064**

(주어진 식) $=3.376+1.688=5.064$

(4) $\sqrt{13.1}+\sqrt{5.01}$ **5.857**

(주어진 식) $=3.619+2.238=5.857$

(5) $\sqrt{10}+\sqrt{15.4}$ **7.086**

(주어진 식) $=3.162+3.924=7.086$

(6) $\sqrt{12.2}+\sqrt{14.3}$ **7.275**

(주어진 식) $=3.493+3.782=7.275$



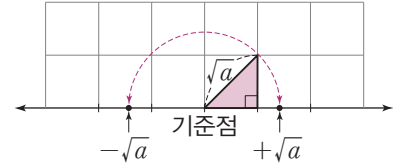
09

실수를 수직선 위에 나타내기

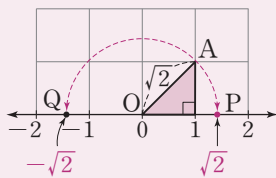
1 제곱근과 실수

(1) 무리수를 수직선 위에 나타내기

- ① 직각삼각형의 빗변의 길이를 이용하여 무리수에 대응하는 점을 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ② 수직선에서 기준점으로부터
 - 오른쪽으로 $\sqrt{a}$ 만큼 떨어진 점에 대응하는 수 $\rightarrow$ (기준점의 좌표) $+\sqrt{a}$
 - 왼쪽으로 $\sqrt{a}$ 만큼 떨어진 점에 대응하는 수 $\rightarrow$ (기준점의 좌표) $-\sqrt{a}$



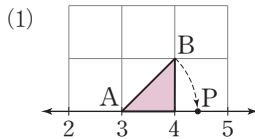
무리수를 수직선 위에 나타내기



점 P에 대응하는 수: $\sqrt{2}$

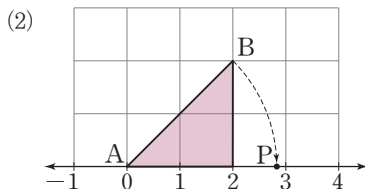
점 Q에 대응하는 수: $-\sqrt{2}$

01 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AP}$ 일 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오. (단, 모눈 한 눈금의 길이는 1이다.)



① $\overline{AP} = \overline{AB} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

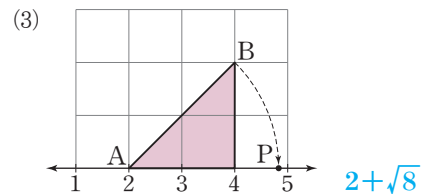
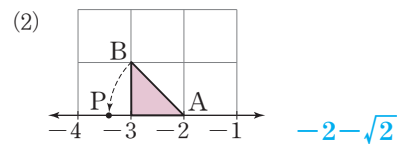
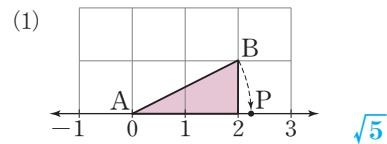
② 점 P는 점 A(3)에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$ 만큼 떨어진 점이므로 점 P에 대응하는 수는 $3 + \sqrt{2}$ 이다.

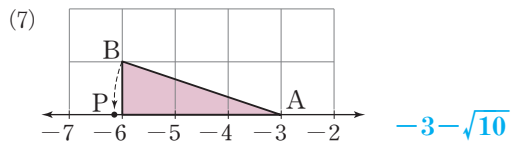
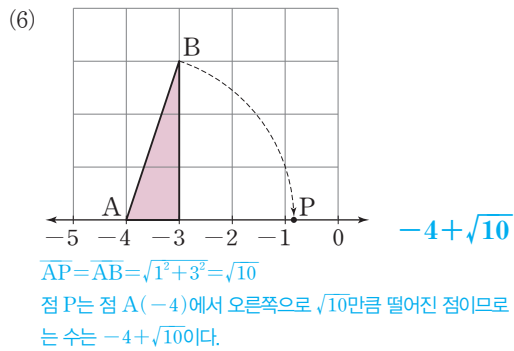
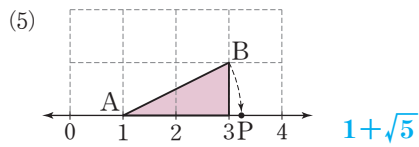
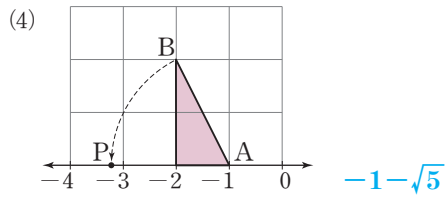


① $\overline{AP} = \overline{AB} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$

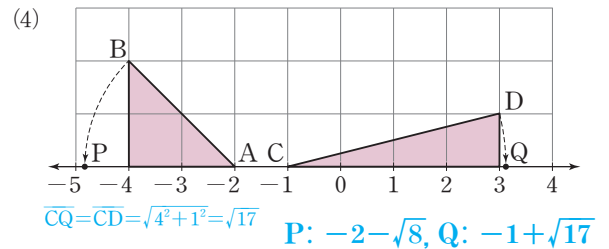
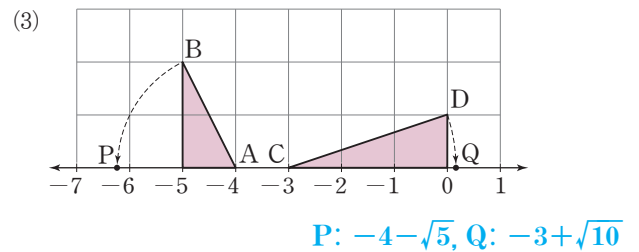
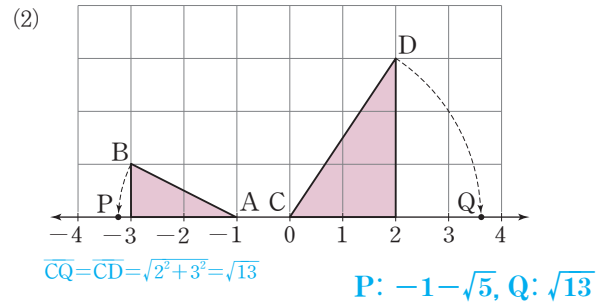
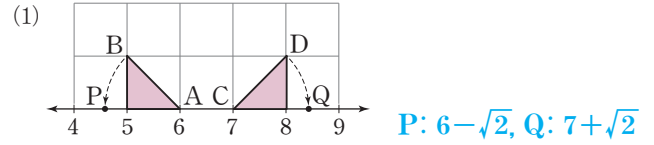
② 점 P는 점 A(0)에서 오른쪽으로 $\sqrt{8}$ 만큼 떨어진 점이므로 점 P에 대응하는 수는 $\sqrt{8}$ 이다.

02 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AP}$ 일 때, 점 P에 대응하는 수를 구하시오. (단, 모눈 한 눈금의 길이는 1이다.)





03 다음 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AP}$, $\overline{CD}=\overline{CQ}$ 일 때, 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 구하시오. (단, 모눈 한 눈금의 길이는 1이다.)





10

실수와 수직선

1 제곱근과 실수

(1) 실수와 수직선

- ① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있고, 모든 유리수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응한다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있고, 모든 무리수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응한다.
- ③ 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다. 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있고, 수직선 위의 각 점에 실수를 하나도 빠짐없이 대응시킬 수 있다.
- ④ 수직선 위에서 원점의 오른쪽에 있는 점에는 양의 실수가 대응하고, 왼쪽에 있는 점에는 음의 실수가 대응한다.

(2) 무리수의 정수 부분과 소수 부분

- ① 무리수는 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어지는 수이므로 정수 부분과 소수 부분으로 나눌 수 있다.

$$(\text{무리수}) = (\text{정수 부분}) + (\text{소수 부분})$$

↳ 0 보다 크고 1 보다 작다.

- ② 무리수의 소수 부분은 무리수에서 정수 부분을 뺀 것과 같다.

$$\rightarrow (\text{소수 부분}) = (\text{무리수}) - (\text{정수 부분})$$

예 $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $\sqrt{2}$ 의 정수 부분은 1이고 소수 부분은 $\sqrt{2} - 1$ 이다.

실수와 수직선

- ① 서로 다른 두 실수 사이에는 (유한개의, 무수히 많은) 실수가 있다.
- ② 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.

01 다음 설명 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

- (1) 수직선 위의 $1 + \sqrt{2}$ 에 대응하는 점은 하나이다. (○)
- (2) 서로 다른 두 무리수 사이에는 무리수만 있다. (×)
- (3) 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다. (○)
- (4) 실수는 유리수와 무리수로 이루어져 있다. (○)

- (5) 수직선은 유리수와 무리수만으로 완전히 메울 수 없다. (×)

- (6) 수직선 위의 점 중에서 그 좌표를 실수로 나타낼 수 없는 점이 있다. (×)

- (7) 1과 5 사이에는 3개의 유리수가 있다. (×)

- (8) 4와 8 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다. (○)

- (9) $\frac{1}{4}$ 과 $\frac{1}{2}$ 사이에는 무리수가 하나도 없다. (×)

- (10) $\sqrt{10}$ 과 $\sqrt{11}$ 사이에는 유리수가 있다. (○)

실수의 대소 관계

- ① 양수는 0보다 크고, 음수는 0보다 작다.
 ② 양수는 음수보다 **크다**.
 ③ 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 **크다**.
 ④ 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 **작다**.

02 다음 두 실수의 대소를 비교하시오.

(1) $\sqrt{6}$, 0 $\sqrt{6} > 0$

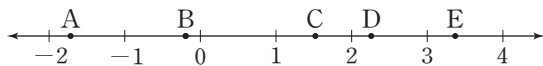
(2) 2, $\sqrt{5}$ $2 < \sqrt{5}$

(3) $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$ $\sqrt{3} > \sqrt{2}$

(4) $-\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$ $-\sqrt{5} < \sqrt{3}$

(5) -4, $-\sqrt{15}$ $-4 < -\sqrt{15}$

03 다음 수직선 위의 점 중에서 주어진 수에 대응하는 점을 찾으시오.



(1) $\sqrt{11}$ **점 E**

 $3 = \sqrt{9}$, $4 = \sqrt{16}$ 이므로 $\sqrt{11}$ 은 3과 4 사이에 있는 점 E이다.

(2) $-\sqrt{0.04}$ **점 B**

 $-\sqrt{0.04} = -0.2$ 이므로 점 B이다.

(3) $\sqrt{\frac{5}{2}}$ **점 C**

 $1 < \sqrt{\frac{5}{2}} < \sqrt{3} < 2$ 이므로 점 C이다.

(4) $-\sqrt{3}$ **점 A**

(5) $\sqrt{5}$ **점 D**

 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 점 D이다.

무리수의 정수 부분과 소수 부분

무리수는 정수 부분과 소수 부분으로 나눌 수 있다.

$\rightarrow (\text{소수 부분}) = (\text{무리수}) - (\text{정수 부분})$

04 다음 수의 정수 부분과 소수 부분을 각각 구하시오.

(1) $\sqrt{6}$

$\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$ 이므로 $2 < \sqrt{6} < 3$

따라서 $\sqrt{6}$ 의 정수 부분은 2, 소수 부분은

$\sqrt{6} - 2$ 이다.

(2) $\sqrt{10}$ **정수 부분: 3, 소수 부분: $\sqrt{10} - 3$**

$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ 이므로 $3 < \sqrt{10} < 4$

따라서 $\sqrt{10}$ 의 정수 부분은 3, 소수 부분은 $\sqrt{10} - 3$ 이다.

(3) $\sqrt{18}$ **정수 부분: 4, 소수 부분: $\sqrt{18} - 4$**

(4) $\sqrt{39}$ **정수 부분: 6, 소수 부분: $\sqrt{39} - 6$**

(5) $\sqrt{5} + 1$

$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ 에서 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로

$3 < \sqrt{5} + 1 < 4$

따라서 $\sqrt{5} + 1$ 의 정수 부분은 3, 소수 부분은

$(\sqrt{5} + 1) - 3 = \sqrt{5} - 2$ 이다.

(6) $\sqrt{12} - 2$ **정수 부분: 1, 소수 부분: $\sqrt{12} - 3$**

$\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$ 에서 $3 < \sqrt{12} < 4$ 이므로

$1 < \sqrt{12} - 2 < 2$

따라서 $\sqrt{12} - 2$ 의 정수 부분은 1, 소수 부분은 $(\sqrt{12} - 2) - 1 = \sqrt{12} - 3$ 이다.



11

실수의 대소 관계

1 제곱근과 실수

다음 중 하나를 이용하여 두 실수의 대소를 비교한다.

(1) 두 수의 차를 이용한다.

a, b 가 실수일 때

① $a-b>0$ 이면 $a>b$

② $a-b=0$ 이면 $a=b$

③ $a-b<0$ 이면 $a<b$

(2) 부등식의 성질을 이용한다.

예 $1+\sqrt{3}$ 과 $1+\sqrt{5}$ 의 대소 비교

$\sqrt{3}<\sqrt{5}$ 이므로 양변에 1을 더하면 $1+\sqrt{3}<1+\sqrt{5}$

두 실수의 대소 관계(1)

a, b 가 실수일 때,

① $a-b>0$ 이면 $a > b$

② $a-b=0$ 이면 $a = b$

③ $a-b<0$ 이면 $a < b$

01 다음 ○ 안에 < 또는 > 를 써넣으시오.

(1) $\sqrt{3}+2 > 3$

$\sqrt{3}+2-3=\sqrt{3}-1>0$
 $\therefore \sqrt{3}+2>3$

(2) $\sqrt{5}+3 > 5$

(3) $\sqrt{5}-2 < 1$

(4) $-\sqrt{15}+1 < -2$

(5) $7 < \sqrt{11}+4$

(6) $6 > 8-\sqrt{5}$

(7) $-3 < 2-\sqrt{17}$

(8) $-1 > -6+\sqrt{24}$

두 실수의 대소 관계(2)

부등식의 성질을 이용한다.

02 다음 ○ 안에 < 또는 > 를 써넣으시오.

(1) $4+\sqrt{7} < 5+\sqrt{7}$

$4<5$ 이므로 양변에 $\sqrt{7}$ 을 더하면 $4+\sqrt{7}<5+\sqrt{7}$

(2) $4+\sqrt{13} < 7+\sqrt{13}$

(3) $\sqrt{5}-2 < \sqrt{5}-1$

(4) $3+\sqrt{6} > 3+\sqrt{5}$

$$(5) \sqrt{6}-2 \quad (\textcircled{<}) \quad \sqrt{8}-2$$

$$(6) \sqrt{15}-3 \quad (\textcircled{>}) \quad \sqrt{12}-3$$

03 다음 ○ 안에 < 또는 > 를 써넣으시오.

$$(1) \sqrt{5}+\sqrt{3} \quad (\textcircled{<}) \quad \sqrt{5}+2$$

$\sqrt{3}<\sqrt{4}$ 에서 $\sqrt{3}<2$ 이므로 $\sqrt{5}+\sqrt{3}<\sqrt{5}+2$

$$(2) \sqrt{7}+\sqrt{10} \quad (\textcircled{>}) \quad \sqrt{7}+3$$

$$(3) \sqrt{15}+\sqrt{2} \quad (\textcircled{>}) \quad \sqrt{15}+1$$

$$(4) \sqrt{5}-\sqrt{3} \quad (\textcircled{>}) \quad 2-\sqrt{3}$$

$$(5) \sqrt{7}-\sqrt{2} \quad (\textcircled{>}) \quad 2-\sqrt{2}$$

$$(6) \sqrt{3}-\sqrt{10} \quad (\textcircled{<}) \quad 2-\sqrt{10}$$

세 실수의 대소 관계

a, b, c 가 실수일 때,

$a < b$ 이고 $b < c$ 이면 $a \quad (\textcircled{<}) \quad b \quad (\textcircled{<}) \quad c$

04 다음 세 수의 대소 관계를 부등호를 써서 나타내시오.

$$(1) a=\sqrt{3}+4, b=5, c=\sqrt{5}+4$$

$$(i) a-b=(\sqrt{3}+4)-5=\sqrt{3}-1>0$$

$$\therefore a \quad (\textcircled{>}) \quad b$$

$$(ii) \sqrt{3}<\sqrt{5} \text{이므로 } \sqrt{3}+4<\sqrt{5}+4$$

$$\therefore a \quad (\textcircled{<}) \quad c$$

$$(i), (ii) \text{에서 } a \quad (\textcircled{>}) \quad b, a \quad (\textcircled{<}) \quad c \text{이므로}$$

$$\boxed{b} < a < \boxed{c}$$

$$(2) a=4-\sqrt{7}, b=2, c=\sqrt{11}+3 \quad a < b < c$$

$$a-b=(4-\sqrt{7})-2=2-\sqrt{7}<0 \text{이므로 } a < b$$

$$b-c=2-(\sqrt{11}+3)=-\sqrt{11}-1<0 \text{이므로 } b < c$$

$$\therefore a < b < c$$

$$(3) a=2+\sqrt{5}, b=\sqrt{7}+2, c=4 \quad c < a < b$$

$$\sqrt{5}<\sqrt{7} \text{이므로 } 2+\sqrt{5}<\sqrt{7}+2 \quad \therefore a < b$$

$$a-c=2+\sqrt{5}-4=\sqrt{5}-2>0 \text{이므로 } a > c$$

$$\therefore c < a < b$$

$$(4) a=\sqrt{6}+\sqrt{3}, b=3+\sqrt{3}, c=1+\sqrt{6} \quad c < a < b$$

$$\sqrt{6}<3 \text{이므로 } \sqrt{6}+\sqrt{3}<3+\sqrt{3} \quad \therefore a < b$$

$$\sqrt{3}>1 \text{이므로 } \sqrt{6}+\sqrt{3}>1+\sqrt{6} \quad \therefore a > c$$

$$\therefore c < a < b$$



내신 도전

01 다음 중 옳은 것은?

- ① -3 은 -9 의 제곱근이다.
 - ② 0 의 제곱근은 없다.
 - ✓③ 0.64 의 제곱근은 $0.8, -0.8$ 이다.
 - ④ $(-2)^2$ 의 제곱근은 없다.
 - ⑤ $\frac{49}{9}$ 의 제곱근은 $\frac{7}{3}$ 의 1개이다.
- ① -9 의 제곱근은 없다.
 ② 0 의 제곱근은 0 이다.
 ④ $(-2)^2$ 의 제곱근은 $2, -2$ 이다.
 ⑤ $\frac{49}{9}$ 의 제곱근은 $\pm \frac{7}{3}$ 의 2개이다.

02 다음 중 나머지 넷과 값이 다른 하나는?

- ✓① 제곱근 3
 - ② 3 또는 -3
 - ③ 9 의 제곱근
 - ④ 제곱하여 9 가 되는 수
 - ⑤ $x^2=9$ 를 만족시키는 x 의 값
- ① $\sqrt{3}$ ②, ③, ④, ⑤ 3 또는 -3

03 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① $-\sqrt{2^2}$ ② $-(\sqrt{2})^2$ ③ $-\sqrt{(-2)^2}$
 - ✓④ $\sqrt{(-2)^2}$ ⑤ $-(-\sqrt{2})^2$
- ①, ②, ③, ⑤ -2 ④ 2

04 $\sqrt{81} \div \sqrt{(-3)^2} - \sqrt{(-4)^2} \times \left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2$ 을 계산하면?

- ① -6 ② -3 ✓③ 0
 - ④ 3 ⑤ 6
- (주어진 식) $= \sqrt{9^2} \div \sqrt{3^2} - \sqrt{4^2} \times \left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2$
 $= 9 \div 3 - 4 \times \frac{3}{4} = 3 - 3 = 0$

05 $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-10a)^2} - \sqrt{(5a)^2}$ 을 근호를 사용하지 않고 나타내면?

- ① $-35a$ ② $-15a$ ③ $-10a$
 - ✓④ $5a$ ⑤ $75a$
- (주어진 식) $= |-10a| - |5a| = 10a - 5a = 5a$

06 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{6} < \sqrt{8}$ ✓② $-\sqrt{12} > -\sqrt{11}$
 - ③ $\sqrt{\frac{1}{2}} > \sqrt{\frac{1}{3}}$ ④ $\sqrt{35} < 6$
 - ⑤ $-3 < -\sqrt{6}$
- ② $\sqrt{12} > \sqrt{11}$ 이므로 $-\sqrt{12} < -\sqrt{11}$
 ③ $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} > \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ 이므로 $\sqrt{\frac{1}{2}} > \sqrt{\frac{1}{3}}$
 ④ $\sqrt{35} < \sqrt{36}$ 이므로 $\sqrt{35} < 6$
 ⑤ $\sqrt{9} > \sqrt{6}$ 이므로 $3 > \sqrt{6}$ $\therefore -3 < -\sqrt{6}$

- 07 $\sqrt{72a}$ 와 $\sqrt{\frac{250}{b}}$ 이 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 가장 작은 자연수 b 의 합은?

- ① 8 ② 10 ✓ ③ 12
④ 14 ⑤ 16

$72=2^3 \times 3^2$ 에서 지수가 홀수인 소인수는 2이므로 $a=2$
 $250=2 \times 5^3$ 에서 지수가 홀수인 소인수는 2, 5이므로
 $b=2 \times 5=10$
 $\therefore a+b=2+10=12$

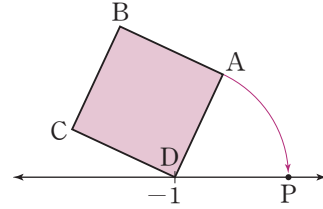
- 08 부등식 $3 < \sqrt{x} < 4$ 를 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. 75

각 변을 제곱하면 $9 < x < 16$
따라서 $3 < \sqrt{x} < 4$ 를 만족시키는 자연수 x 의 값은 10, 11, 12, 13, 14, 15이므로 그 합은 $10+11+12+13+14+15=75$

- 09 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ✓ ① $1+\sqrt{3}$ 은 실수이다.
 ② 무한소수는 무리수이다.
 ③ 근호가 있는 수는 모두 무리수이다.
 ✓ ④ $\sqrt{7}$ 은 순환하지 않는 무한소수이다.
 ⑤ 유리수이면서 무리수인 수는 0뿐이다.
 ② 순환하지 않는 무한소수가 무리수이다.
 ③ $\sqrt{4}=2$ 와 같이 근호가 있는 수 중에는 유리수인 것도 있다.
 ⑤ 유리수이면서 무리수인 수는 없다.

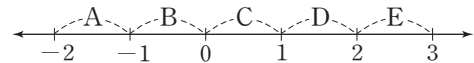
- 10 다음 그림과 같이 넓이가 5인 정사각형 ABCD에 대하여 $\overline{DA}=\overline{DP}$ 가 되도록 수직선 위에 점 P를 정할 때, 점 P에 대응하는 수는?



- ① $1-\sqrt{5}$ ② $1+\sqrt{5}$ ✓ ③ $-1+\sqrt{5}$
 ④ $-1-\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{5}$

$\square ABCD = \overline{AD}^2 = 5$ 이므로 $\overline{AD} = \sqrt{5}$ ($\because \overline{AD} > 0$)
따라서 점 P에 대응하는 수는 $-1+\sqrt{5}$ 이다.

- 11 다음 수직선에서 $\sqrt{13}-2$ 에 대응하는 점이 있는 곳은?



- ① A ② B ③ C
 ✓ ④ D ⑤ E

$3 < \sqrt{13} < 4, 1 < \sqrt{13}-2 < 2$ 이므로
 $\sqrt{13}-2$ 에 대응하는 점이 있는 곳은 D이다.

- 12 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

- ① $1+\sqrt{2} < 3$ ② $3-\sqrt{3} < 2$
 ③ $4-\sqrt{3} > 2$ ④ $\sqrt{7}-3 > \sqrt{6}-3$
 ✓ ⑤ $\sqrt{8}-\sqrt{5} < \sqrt{8}-\sqrt{6}$

① $1+\sqrt{2}-3=\sqrt{2}-2 < 0$ 이므로 $1+\sqrt{2} < 3$
 ② $3-\sqrt{3}-2=1-\sqrt{3} < 0$ 이므로 $3-\sqrt{3} < 2$
 ③ $4-\sqrt{3}-2=2-\sqrt{3} > 0$ 이므로 $4-\sqrt{3} > 2$
 ④ $\sqrt{7}-3-(\sqrt{6}-3)=\sqrt{7}-\sqrt{6} > 0$ 이므로 $\sqrt{7}-3 > \sqrt{6}-3$
 ⑤ $\sqrt{5} < \sqrt{6}$ 에서 $-\sqrt{5} > -\sqrt{6}$ 이므로
 $\sqrt{8}-\sqrt{5} > \sqrt{8}-\sqrt{6}$



개념
12

제곱근의 곱셈

2 근호를 포함한 식의 계산

$a > 0, b > 0$ 이고, m, n 이 유리수일 때

(1) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

예 $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$

(2) $m\sqrt{a} \times n\sqrt{b} = mn\sqrt{ab}$

예 $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = (3 \times 2)\sqrt{2 \times 3} = 6\sqrt{6}$

참고 세 개 이상의 제곱근의 곱셈도 같은 방법으로 한다.

→ $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{c} = \sqrt{abc}$

제곱근의 곱셈(1)

(1) $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{\boxed{ab}}$

(2) $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{c} = \sqrt{\boxed{abc}}$

01 다음을 계산하시오.

(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{7} \quad \sqrt{14}$
 $\sqrt{2} \times \sqrt{7} = \sqrt{2 \times 7} = \sqrt{14}$

(2) $\sqrt{3} \times \sqrt{5} \quad \sqrt{15}$

(3) $\sqrt{7} \times \sqrt{3} \quad \sqrt{21}$

(4) $\sqrt{6} \times \sqrt{5} \quad \sqrt{30}$

(5) $\sqrt{2} \times \sqrt{11} \quad \sqrt{22}$
 $\sqrt{2} \times \sqrt{11} = \sqrt{2 \times 11} = \sqrt{22}$

(6) $\sqrt{7} \times \sqrt{6} \quad \sqrt{42}$

02 다음을 계산하시오.

(1) $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{3}{4}} \quad \sqrt{6}$
 $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{8 \times \frac{3}{4}} = \sqrt{6}$

(2) $\sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{5} \quad \sqrt{2}$

(3) $\sqrt{21} \times \sqrt{\frac{2}{7}} \quad \sqrt{6}$

(4) $\sqrt{\frac{5}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{10}} \quad \sqrt{\frac{1}{2}}$

(5) $\sqrt{\frac{15}{2}} \times \sqrt{\frac{14}{5}} \quad \sqrt{21}$

(6) $\sqrt{\frac{7}{2}} \times \sqrt{14} \quad 7$
 $\sqrt{\frac{7}{2}} \times \sqrt{14} = \sqrt{\frac{7}{2} \times 14} = \sqrt{49} = 7$

(7) $\sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{16}{3}} \quad 2$
 $\sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{16}{3}} = \sqrt{\frac{3}{4} \times \frac{16}{3}} = \sqrt{4} = 2$

03 다음을 계산하시오.

$$(1) \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \quad \sqrt{30}$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 3 \times 5} = \sqrt{30}$$

$$(2) \sqrt{2} \times \sqrt{7} \times \sqrt{\frac{1}{2}} \quad \sqrt{7}$$

$$(3) \sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{6}{7}} \quad \sqrt{\frac{3}{7}}$$

제곱근의 곱셈(2)

$a > 0, b > 0$ 이고, m, n 이 유리수일 때

$$m\sqrt{a} \times n\sqrt{b} = \boxed{mn} \sqrt{\boxed{ab}}$$

04 다음을 계산하시오.

$$(1) 5\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \quad 10\sqrt{6}$$

$$5\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = (5 \times 2)\sqrt{2 \times 3} = 10\sqrt{6}$$

$$(2) 3\sqrt{2} \times 4\sqrt{5} \quad 12\sqrt{10}$$

$$(3) -2\sqrt{3} \times 3\sqrt{7} \quad -6\sqrt{21}$$

$$(4) -2\sqrt{7} \times 3\sqrt{6} \quad -6\sqrt{42}$$

$$(5) 3\sqrt{18} \times 2\sqrt{2} \quad 36$$

$$3\sqrt{18} \times 2\sqrt{2} = (3 \times 2)\sqrt{18 \times 2} = 6\sqrt{36} = 36$$

05 다음을 계산하시오.

$$(1) \sqrt{12} \times 2\sqrt{\frac{5}{6}} \quad 2\sqrt{10}$$

$$\sqrt{12} \times 2\sqrt{\frac{5}{6}} = 2 \times \sqrt{12 \times \frac{5}{6}} = 2\sqrt{10}$$

$$(2) 4\sqrt{\frac{5}{2}} \times 2\sqrt{2} \quad 8\sqrt{5}$$

$$4\sqrt{\frac{5}{2}} \times 2\sqrt{2} = (4 \times 2)\sqrt{\frac{5}{2} \times 2} = 8\sqrt{5}$$

$$(3) 3\sqrt{\frac{2}{3}} \times (-5\sqrt{15}) \quad -15\sqrt{10}$$

$$3\sqrt{\frac{2}{3}} \times (-5\sqrt{15}) = \{3 \times (-5)\} \sqrt{\frac{2}{3} \times 15} = -15\sqrt{10}$$

$$(4) 2\sqrt{\frac{35}{9}} \times 7\sqrt{\frac{3}{14}} \quad 14\sqrt{\frac{5}{6}}$$

$$2\sqrt{\frac{35}{9}} \times 7\sqrt{\frac{3}{14}} = (2 \times 7)\sqrt{\frac{35}{9} \times \frac{3}{14}} = 14\sqrt{\frac{5}{6}}$$

$$(5) -3\sqrt{15} \times 2\sqrt{\frac{5}{3}} \quad -30$$

$$-3\sqrt{15} \times 2\sqrt{\frac{5}{3}} = (-3 \times 2)\sqrt{15 \times \frac{5}{3}} = -6\sqrt{25} = -30$$

$$(6) \sqrt{\frac{15}{7}} \times 4\sqrt{\frac{35}{3}} \quad 20$$

$$\sqrt{\frac{15}{7}} \times 4\sqrt{\frac{35}{3}} = 4\sqrt{\frac{15}{7} \times \frac{35}{3}} = 4\sqrt{25} = 20$$

$$(7) 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{5} \quad 24\sqrt{30}$$

$$3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{5} = (3 \times 2 \times 4)\sqrt{2 \times 3 \times 5} = 24\sqrt{30}$$

$$(8) -3\sqrt{2} \times 2\sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} \quad -6\sqrt{\frac{3}{5}}$$

$$-3\sqrt{2} \times 2\sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{2}{5}} = (-3 \times 2)\sqrt{2 \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}} = -6\sqrt{\frac{3}{5}}$$



13

제곱근의 나눗셈

2 근호를 포함한 식의 계산

$a > 0, b > 0$ 이고, m, n 이 유리수일 때

$$(1) \sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

예 $\sqrt{6} \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$

$$(2) m\sqrt{a} \div n\sqrt{b} = \frac{m\sqrt{a}}{n\sqrt{b}} = \frac{m}{n} \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (\text{단, } n \neq 0)$$

예 $4\sqrt{6} \div 2\sqrt{3} = \frac{4}{2} \sqrt{\frac{6}{3}} = 2\sqrt{2}$

참고 근호 안이 분수인 나눗셈은 역수의 곱셈으로 고쳐서 계산한다.

→ $a > 0$ 이고 b, c 가 자연수일 때

$$\sqrt{a} \div \sqrt{\frac{c}{b}} = \sqrt{a \div \frac{c}{b}} = \sqrt{a \times \frac{b}{c}} = \sqrt{\frac{ab}{c}}$$

예 $\sqrt{2} \div \sqrt{\frac{6}{5}} = \sqrt{2 \div \frac{6}{5}} = \sqrt{2 \times \frac{5}{6}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$

제곱근의 나눗셈(1)

$a > 0, b > 0$ 일 때

$$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

01 다음을 계산하시오.

(1) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$ $\sqrt{5}$

$$\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}} = \sqrt{5}$$

(2) $\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{6}}$ $\sqrt{7}$

(3) $\sqrt{8} \div \sqrt{4}$ $\sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2}$$

(4) $\sqrt{3} \div \sqrt{5}$ $\sqrt{\frac{3}{5}}$

(5) $\sqrt{18} \div \sqrt{2}$ 3

$$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$$

02 다음을 계산하시오.

(1) $\sqrt{3} \div \sqrt{\frac{3}{5}}$ $\sqrt{5}$

$$\sqrt{3} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{3 \div \frac{3}{5}} = \sqrt{3 \times \frac{5}{3}} = \sqrt{5}$$

(2) $\sqrt{6} \div \sqrt{\frac{3}{7}}$ $\sqrt{14}$

(3) $\sqrt{\frac{5}{3}} \div \sqrt{\frac{10}{9}}$ $\sqrt{\frac{3}{2}}$

$$\sqrt{\frac{5}{3}} \div \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{\frac{5}{3} \div \frac{10}{9}} = \sqrt{\frac{5}{3} \times \frac{9}{10}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

(4) $\sqrt{\frac{14}{5}} \div \sqrt{\frac{2}{15}}$ $\sqrt{21}$

(5) $-\sqrt{21} \div \sqrt{\frac{7}{3}}$ -3

$$-\sqrt{21} \div \sqrt{\frac{7}{3}} = -\sqrt{21 \div \frac{7}{3}} = -\sqrt{21 \times \frac{3}{7}} = -\sqrt{9} = -3$$

(6) $\sqrt{\frac{15}{4}} \div \sqrt{\frac{3}{20}}$ 5

$$\sqrt{\frac{15}{4}} \div \sqrt{\frac{3}{20}} = \sqrt{\frac{15}{4} \div \frac{3}{20}} = \sqrt{\frac{15}{4} \times \frac{20}{3}} = \sqrt{25} = 5$$

제곱근의 나눗셈(2)

(1) $a > 0, b > 0$ 이고, m, n 이 유리수일 때

$$m\sqrt{a} \div n\sqrt{b} = \frac{m}{n} \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (\text{단, } n \neq 0)$$

(2) $\frac{b}{a} > 0, \frac{d}{c} > 0$ 이고, m, n 이 유리수일 때

$$m\sqrt{\frac{b}{a}} \div n\sqrt{\frac{d}{c}} = \frac{m}{n} \sqrt{\frac{b}{a} \times \frac{c}{d}} \quad (\text{단, } n \neq 0)$$

03 다음을 계산하시오.

$$(1) \frac{6\sqrt{5}}{2\sqrt{7}} \quad 3\sqrt{\frac{5}{7}}$$

$$\frac{6\sqrt{5}}{2\sqrt{7}} = \frac{6}{2} \sqrt{\frac{5}{7}} = 3\sqrt{\frac{5}{7}}$$

$$(2) \frac{12\sqrt{10}}{4\sqrt{2}} \quad 3\sqrt{5}$$

$$(3) \frac{9\sqrt{28}}{3\sqrt{7}} \quad 6$$

$$\frac{9\sqrt{28}}{3\sqrt{7}} = \frac{9}{3} \sqrt{\frac{28}{7}} = 3\sqrt{4} = 6$$

$$(4) 8\sqrt{21} \div 4\sqrt{7} \quad 2\sqrt{3}$$

$$8\sqrt{21} \div 4\sqrt{7} = \frac{8\sqrt{21}}{4\sqrt{7}} = \frac{8}{4} \sqrt{\frac{21}{7}} = 2\sqrt{3}$$

$$(5) -9\sqrt{14} \div 3\sqrt{2} \quad -3\sqrt{7}$$

$$(6) 4\sqrt{54} \div (-2\sqrt{6}) \quad -6$$

04 다음을 계산하시오.

$$(1) 8\sqrt{5} \div 4\sqrt{\frac{5}{2}} \quad 2\sqrt{2}$$

$$(\text{주어진 식}) = \frac{8}{4} \sqrt{5 \div \frac{5}{2}} = 2\sqrt{5 \times \frac{2}{5}} = 2\sqrt{2}$$

$$(2) 12\sqrt{6} \div 2\sqrt{\frac{6}{5}} \quad 6\sqrt{5}$$

$$(\text{주어진 식}) = \frac{12}{2} \sqrt{6 \div \frac{6}{5}} = 6\sqrt{6 \times \frac{5}{6}} = 6\sqrt{5}$$

$$(3) 2\sqrt{\frac{3}{2}} \div \sqrt{\frac{3}{10}} \quad 2\sqrt{5}$$

$$(\text{주어진 식}) = 2\sqrt{\frac{3}{2} \div \frac{3}{10}} = 2\sqrt{\frac{3}{2} \times \frac{10}{3}} = 2\sqrt{5}$$

$$(4) 15\sqrt{\frac{7}{3}} \div \left(-3\sqrt{\frac{7}{9}}\right) \quad -5\sqrt{3}$$

$$(\text{주어진 식}) = \frac{15}{-3} \sqrt{\frac{7}{3} \div \frac{7}{9}} = -5\sqrt{\frac{7}{3} \times \frac{9}{7}} = -5\sqrt{3}$$

$$(5) 4\sqrt{\frac{15}{2}} \div 2\sqrt{\frac{3}{10}} \quad 10$$

$$(\text{주어진 식}) = \frac{4}{2} \sqrt{\frac{15}{2} \div \frac{3}{10}} = 2\sqrt{\frac{15}{2} \times \frac{10}{3}} = 2\sqrt{25} = 10$$

$$(6) \frac{2\sqrt{9}}{\sqrt{7}} \div \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{14}} \quad 6\sqrt{6}$$

$$(\text{주어진 식}) = \frac{2\sqrt{9}}{\sqrt{7}} \times \frac{3\sqrt{14}}{\sqrt{3}} = (2 \times 3) \sqrt{\frac{9}{7} \times \frac{14}{3}} = 6\sqrt{6}$$

$$(7) -\frac{\sqrt{21}}{3\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{7}}{6\sqrt{6}} \quad -2\sqrt{6}$$

$$(\text{주어진 식}) = -\frac{\sqrt{21}}{3\sqrt{3}} \times \frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{7}} = -\frac{6}{3} \sqrt{\frac{21}{3} \times \frac{6}{7}} = -2\sqrt{6}$$

$$(8) \frac{\sqrt{15}}{6\sqrt{6}} \div \frac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \quad \frac{1}{15}$$

$$(\text{주어진 식}) = \frac{\sqrt{15}}{6\sqrt{6}} \times \frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{5}} = \left(\frac{1}{6} \times \frac{2}{5}\right) \sqrt{\frac{15}{6} \times \frac{2}{5}} = \frac{1}{15}$$



개념

14

근호가 있는 식의 변형

2 근호를 포함한 식의 계산

(1) 근호 안의 수를 소인수분해하여 제곱인 인수가 있으면 제곱인 인수를 근호 밖으로 꺼낼 수 있다.

 $a > 0, b > 0$ 일 때,

① $\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = a\sqrt{b}$

예 $\sqrt{8} = \sqrt{2^2 \times 2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

② $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{a}$

예 $\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{3}{2^2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}, \quad \sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{a}$$

근호 밖으로 근호 밖으로

(2) 근호 밖의 양수는 제곱하여 근호 안으로 넣을 수 있다.

 $a > 0, b > 0$ 일 때,

① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

예 $2\sqrt{2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{8}$

② $\frac{\sqrt{b}}{a} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \sqrt{\frac{b}{a^2}}$

예 $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2^2}} = \sqrt{\frac{3}{2^2}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}, \quad \frac{\sqrt{b}}{a} = \sqrt{\frac{b}{a^2}}$$

근호 안으로 근호 안으로

 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타내기 $a > 0, b > 0$ 일 때

$$\sqrt{a^2b} = \sqrt{a^2}\sqrt{b} = \boxed{a}\sqrt{b}$$

01 다음 수를 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타내시오.(단, a 는 유리수, b 는 가능한 한 가장 작은 자연수)

(1) $\sqrt{24}$ $2\sqrt{6}$

$\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 6} = 2\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{27}$ $3\sqrt{3}$

$\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \times 3} = 3\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{45}$ $3\sqrt{5}$

(4) $\sqrt{50}$ $5\sqrt{2}$

(5) $-\sqrt{8}$ $-2\sqrt{2}$

(6) $-\sqrt{18}$ $-3\sqrt{2}$

(7) $-\sqrt{20}$ $-2\sqrt{5}$

 $\frac{\sqrt{b}}{a}$ 의 꼴로 나타내기 $a > 0, b > 0$ 일 때

$$\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{\boxed{a}}$$

02 다음 수를 $\frac{\sqrt{b}}{a}$ 의 꼴로 나타내시오.(단, a 는 유리수, b 는 가능한 한 가장 작은 자연수)

(1) $\sqrt{\frac{6}{25}}$ $\frac{\sqrt{6}}{5}$

$\sqrt{\frac{6}{25}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5^2}} = \frac{\sqrt{6}}{5}$

(2) $\sqrt{\frac{13}{49}}$ $\frac{\sqrt{13}}{7}$

(3) $\sqrt{\frac{6}{27}}$ $\frac{\sqrt{2}}{3}$

$\sqrt{\frac{6}{27}} = \sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3^2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

(4) $-\sqrt{\frac{5}{4}}$ $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

(5) $-\sqrt{\frac{5}{64}}$ $-\frac{\sqrt{5}}{8}$

(6) $-\sqrt{\frac{21}{28}}$ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$-\sqrt{\frac{21}{28}} = -\sqrt{\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2^2}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

..... $\sqrt{A}$ 또는 $-\sqrt{A}$ 의 꼴로 나타내기

$a > 0, b > 0$ 일 때

$$a\sqrt{b} = \sqrt{\boxed{a^2}} \sqrt{b} = \sqrt{\boxed{a^2 b}}$$

03 다음 수를 $\sqrt{a}$ 또는 $-\sqrt{a}$ 의 꼴로 나타내시오.

(1) $2\sqrt{5} \quad \sqrt{20}$

$$2\sqrt{5} = \sqrt{2^2 \times 5} = \sqrt{20}$$

(2) $2\sqrt{7} \quad \sqrt{28}$

(3) $4\sqrt{3} \quad \sqrt{48}$

(4) $6\sqrt{2} \quad \sqrt{72}$

(5) $4\sqrt{\frac{1}{2}} \quad \sqrt{8}$

(6) $-2\sqrt{3} \quad -\sqrt{12}$
 $-2\sqrt{3} = -\sqrt{2^2 \times 3} = -\sqrt{12}$

(7) $-3\sqrt{2} \quad -\sqrt{18}$

(8) $-3\sqrt{6} \quad -\sqrt{54}$

(9) $-7\sqrt{3} \quad -\sqrt{147}$

(10) $-6\sqrt{\frac{1}{3}} \quad -\sqrt{12}$

..... $\sqrt{\frac{B}{A}}$ 또는 $-\sqrt{\frac{B}{A}}$ 의 꼴로 나타내기

$a > 0, b > 0$ 일 때

$$\frac{\sqrt{b}}{a} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{\boxed{a^2}}} = \sqrt{\boxed{\frac{b}{a^2}}}$$

04 다음 수를 $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 또는 $-\sqrt{\frac{b}{a}}$ 의 꼴로 나타내시오.

(단, a, b 는 서로소)

(1) $\frac{\sqrt{2}}{3} \quad \sqrt{\frac{2}{9}}$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3^2}} = \sqrt{\frac{2}{9}}$$

(2) $\frac{\sqrt{8}}{4} \quad \sqrt{\frac{1}{2}}$

$$\frac{\sqrt{8}}{4} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{4^2}} = \sqrt{\frac{8}{16}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

(3) $\frac{\sqrt{11}}{6} \quad \sqrt{\frac{11}{36}}$

(4) $\frac{2\sqrt{3}}{5} \quad \sqrt{\frac{12}{25}}$

$$\frac{2\sqrt{3}}{5} = \frac{\sqrt{2^2 \times 3}}{\sqrt{5^2}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{25}} = \sqrt{\frac{12}{25}}$$

(5) $-\frac{\sqrt{8}}{3} \quad -\sqrt{\frac{8}{9}}$

(6) $-\frac{\sqrt{10}}{7} \quad -\sqrt{\frac{10}{49}}$

(7) $-\frac{\sqrt{14}}{4} \quad -\sqrt{\frac{7}{8}}$

(8) $-\frac{5\sqrt{2}}{4} \quad -\sqrt{\frac{25}{8}}$

$$-\frac{5\sqrt{2}}{4} = -\frac{\sqrt{5^2 \times 2}}{\sqrt{4^2}} = -\sqrt{\frac{50}{16}} = -\sqrt{\frac{25}{8}}$$



15

분모의 유리화

2 근호를 포함한 식의 계산

- (1) 분모에 근호가 있을 때, 분모, 분자에 각각 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것을 분모의 유리화라 한다.
 (2) $a > 0, c > 0$ 이고 a, b, c 가 유리수일 때,

$$\textcircled{1} \frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a} \quad \text{예} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\textcircled{2} \frac{b}{a\sqrt{c}} = \frac{b \times \sqrt{c}}{a\sqrt{c} \times \sqrt{c}} = \frac{b\sqrt{c}}{ac} \quad \text{예} \quad \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

... $\frac{b}{\sqrt{a}}$ 의 꼴의 분모의 유리화

$a > 0$ 일 때

$$\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

01 다음 수의 분모를 유리화하시오.

$$(1) \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$(2) \frac{1}{\sqrt{6}} \quad \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$(3) \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$(4) \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$(5) \frac{7}{\sqrt{7}} \quad \sqrt{7}$$

$$(6) \frac{6}{\sqrt{3}} \quad 2\sqrt{3}$$

02 다음 수의 분모를 유리화하시오.

$$(1) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \quad \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$(2) \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} \quad \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{21}{6}} = \sqrt{\frac{7}{2}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$(3) \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{15}} \quad \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{15}} = \sqrt{\frac{6}{15}} = \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$(4) \sqrt{\frac{5}{3}} \quad \frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$\sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$$

$$(5) \sqrt{\frac{11}{2}} \quad \frac{\sqrt{22}}{2}$$

$$(6) \sqrt{\frac{12}{18}} \quad \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\sqrt{\frac{12}{18}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

..... $\frac{b}{a\sqrt{c}}$ 의 꼴의 분모의 유리화

$a \neq 0, c > 0$ 일 때

$$\frac{b}{a\sqrt{c}} = \frac{b \times \sqrt{\boxed{c}}}{a\sqrt{c} \times \sqrt{\boxed{c}}} = \frac{b\sqrt{\boxed{c}}}{\boxed{ac}}$$

참고 분모가 $\sqrt{a^2b}$ 의 꼴이면 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 고친 후 유리화한다.

03 다음 수의 분모를 유리화하시오.

$$(1) \frac{1}{2\sqrt{6}} \quad \frac{\sqrt{6}}{12}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{1 \times \sqrt{6}}{2\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$$

$$(2) \frac{5}{3\sqrt{2}} \quad \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

$$\frac{5}{3\sqrt{2}} = \frac{5 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt{28}} \quad \frac{\sqrt{7}}{14}$$

$$\frac{1}{\sqrt{28}} = \frac{1}{2\sqrt{7}} = \frac{1 \times \sqrt{7}}{2\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{14}$$

$$(4) \frac{1}{\sqrt{40}} \quad \frac{\sqrt{10}}{20}$$

$$\frac{1}{\sqrt{40}} = \frac{1}{2\sqrt{10}} = \frac{1 \times \sqrt{10}}{2\sqrt{10} \times \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{20}$$

$$(5) \frac{2}{\sqrt{27}} \quad \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$\frac{2}{\sqrt{27}} = \frac{2}{3\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{3\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$$

$$(6) \frac{6}{\sqrt{32}} \quad \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$\frac{6}{\sqrt{32}} = \frac{6}{4\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$(7) \frac{4}{3\sqrt{24}} \quad \frac{\sqrt{6}}{9}$$

$$\frac{4}{3\sqrt{24}} = \frac{4}{3 \times 2\sqrt{6}} = \frac{2 \times \sqrt{6}}{3\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{18} = \frac{\sqrt{6}}{9}$$

$$(8) \frac{9}{2\sqrt{27}} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{9}{2\sqrt{27}} = \frac{9}{2 \times 3\sqrt{3}} = \frac{3 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

04 다음 수의 분모를 유리화하시오.

$$(1) \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{5}} \quad \frac{\sqrt{35}}{10}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{35}}{10}$$

$$(2) \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{18}} \quad \frac{\sqrt{22}}{6}$$

$$\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{11} \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{22}}{6}$$

$$(3) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{20}} \quad \frac{\sqrt{15}}{10}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{10}$$

$$(4) \frac{3\sqrt{7}}{4\sqrt{2}} \quad \frac{3\sqrt{14}}{8}$$

$$\frac{3\sqrt{7}}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{7} \times \sqrt{2}}{4\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{14}}{8}$$

$$(5) \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} \quad \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{15}}{10} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$(6) -\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} \quad -\frac{\sqrt{10}}{15}$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{10}}{15}$$

$$(7) -\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{72}} \quad -\frac{\sqrt{14}}{24}$$

$$-\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{72}} = -\frac{\sqrt{7}}{12\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{7} \times \sqrt{2}}{12\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{14}}{24}$$

$$(8) -\frac{3\sqrt{35}}{5\sqrt{30}} \quad -\frac{\sqrt{42}}{10}$$

$$-\frac{3\sqrt{35}}{5\sqrt{30}} = -\frac{3\sqrt{7}}{5\sqrt{6}} = -\frac{3\sqrt{7} \times \sqrt{6}}{5\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = -\frac{3\sqrt{42}}{30} = -\frac{\sqrt{42}}{10}$$



16

제곱근의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산

2 근호를 포함한 식의 계산

제곱근의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산은 다음과 같은 순서로 한다.

- ① 근호 안의 수가 제곱인 인수를 갖는 경우는 제곱인 인수를 근호 밖으로 꺼낸다.
- ② 나눗셈은 역수를 곱셈으로 고친다.
- ③ 앞에서부터 순서대로 계산한다.

이때 제곱근의 성질과 분모의 유리화를 이용한다.

예 $\sqrt{7} \times \sqrt{8 \div 3} = \sqrt{7} \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{42}}{3}$

제곱인 수 꺼내기 나눗셈을 역수의 곱셈으로 고치기 분모를 유리화하기

제곱근의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산

제곱근의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산은

- ① **앞**에서부터 순서대로 계산한다.
- ② **제곱근**의 성질과 분모의 **유리화**를 이용한다.

01 다음 식을 간단히 하시오.

(1) $\sqrt{10} \times \sqrt{2} \div \sqrt{5}$ 2

$\sqrt{10} \times \sqrt{2} \div \sqrt{5} = \sqrt{10} \times \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = \sqrt{4} = 2$

(2) $\sqrt{3} \times \sqrt{14} \div \sqrt{7}$ $\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{6} \div \sqrt{2} \times \sqrt{7}$ $\sqrt{21}$

(4) $\sqrt{6} \times \sqrt{35} \div \sqrt{5}$ $\sqrt{42}$

(5) $\sqrt{33} \times \sqrt{2} \div \sqrt{11}$ $\sqrt{6}$

(6) $\sqrt{21} \div \sqrt{7} \times \sqrt{11}$ $\sqrt{33}$

(7) $\sqrt{24} \div \sqrt{8} \times (-\sqrt{7})$ $-\sqrt{21}$

(8) $(-\sqrt{20}) \times \sqrt{3} \div \sqrt{10}$ $-\sqrt{6}$

(9) $\sqrt{50} \times (-\sqrt{3}) \div \sqrt{10}$ $-\sqrt{15}$

(10) $\sqrt{15} \times (-\sqrt{2}) \div (-\sqrt{3})$ $\sqrt{10}$

(11) $\sqrt{5} \times \sqrt{6} \div \sqrt{2} \times \sqrt{7}$ $\sqrt{105}$

(주어진 식) $= \sqrt{30} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{7} = \sqrt{15} \times \sqrt{7} = \sqrt{105}$

(12) $\sqrt{15} \div \sqrt{7} \div \sqrt{3} \times \sqrt{14}$ $\sqrt{10}$

(주어진 식) $= \sqrt{15} \times \frac{1}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{14}$
 $= \frac{\sqrt{15} \times \sqrt{14}}{\sqrt{7} \times \sqrt{3}} = \sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{10}$

02 다음 식을 간단히 하시오.

$$(1) \sqrt{6} \times 2\sqrt{5} \div \sqrt{3} \quad 2\sqrt{10}$$

$$\sqrt{6} \times 2\sqrt{5} \div \sqrt{3} = \sqrt{6} \times 2\sqrt{5} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{10}$$

$$(2) 3\sqrt{15} \div \sqrt{10} \times \sqrt{2} \quad 3\sqrt{3}$$

$$(3) 4\sqrt{6} \div 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} \quad 4$$

$$(4) 3\sqrt{2} \times \sqrt{6} \div \sqrt{27} \quad 2$$

$$3\sqrt{2} \times \sqrt{6} \div \sqrt{27} = 3\sqrt{12} \times \frac{1}{3\sqrt{3}} = \sqrt{4} = 2$$

$$(5) 2\sqrt{5} \times \sqrt{8} \div (-\sqrt{6}) \quad -\frac{4\sqrt{15}}{3}$$

$$2\sqrt{5} \times \sqrt{8} \div (-\sqrt{6}) = 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{2} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$$

$$= -\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = -\frac{4\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = -\frac{4\sqrt{15}}{3}$$

$$(6) (-2\sqrt{6}) \div 3\sqrt{2} \times (-\sqrt{5}) \quad \frac{2\sqrt{15}}{3}$$

$$(-2\sqrt{6}) \div 3\sqrt{2} \times (-\sqrt{5}) = (-2\sqrt{6}) \times \frac{1}{3\sqrt{2}} \times (-\sqrt{5})$$

$$= \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{3} = \frac{2\sqrt{15}}{3}$$

$$(7) 3\sqrt{3} \times (-2\sqrt{2}) \div 4\sqrt{12} \quad -\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$3\sqrt{3} \times (-2\sqrt{2}) \div 4\sqrt{12} = 3\sqrt{3} \times (-2\sqrt{2}) \times \frac{1}{8\sqrt{3}}$$

$$= -\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$(8) 2\sqrt{40} \div (-6\sqrt{20}) \times 3\sqrt{10} \quad -2\sqrt{5}$$

$$2\sqrt{40} \div (-6\sqrt{20}) \times 3\sqrt{10} = 4\sqrt{10} \times \left(-\frac{1}{12\sqrt{5}}\right) \times 3\sqrt{10}$$

$$= -\frac{10}{\sqrt{5}} = -\frac{10\sqrt{5}}{5} = -2\sqrt{5}$$

03 다음 식을 간단히 하시오.

$$(1) \sqrt{\frac{48}{5}} \div \sqrt{3} \times \sqrt{10} \quad 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\frac{48}{5}} \div \sqrt{3} \times \sqrt{10} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{10}$$

$$= \frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{2}$$

$$(2) \sqrt{42} \div \frac{1}{\sqrt{6}} \times \frac{1}{\sqrt{63}} \quad 2$$

$$\sqrt{42} \div \frac{1}{\sqrt{6}} \times \frac{1}{\sqrt{63}} = \sqrt{42} \times \sqrt{6} \times \frac{1}{3\sqrt{7}} = 2$$

$$(3) \sqrt{\frac{5}{4}} \div \sqrt{\frac{1}{8}} \times \sqrt{45} \quad 15\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\frac{5}{4}} \div \sqrt{\frac{1}{8}} \times \sqrt{45} = \frac{\sqrt{5}}{2} \div \frac{1}{2\sqrt{2}} \times 3\sqrt{5}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{5}$$

$$= 15\sqrt{2}$$

$$(4) \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{7}} \times \sqrt{21} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}} \quad 12\sqrt{5}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{7}} \times \sqrt{21} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}} = 4\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{2}} = 12\sqrt{5}$$

$$(5) \sqrt{60} \times \left(-\sqrt{\frac{3}{8}}\right) \div \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{56}} \quad -3\sqrt{14}$$

$$\sqrt{60} \times \left(-\sqrt{\frac{3}{8}}\right) \div \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{56}} = 2\sqrt{15} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right) \times \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{10}}$$

$$= -\frac{6\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = -\frac{6\sqrt{7} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = -3\sqrt{14}$$

$$(6) \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \div \left(-\frac{6}{\sqrt{2}}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right) \quad -\frac{1}{9}$$

$$\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \div \left(-\frac{6}{\sqrt{2}}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{6}\right) \times \left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right) = -\frac{2\sqrt{3}}{18\sqrt{3}} = -\frac{1}{9}$$



17

제곱근의 덧셈과 뺄셈

2 근호를 포함한 식의 계산

근호 안의 수가 같은 것을 동류항으로 보고, 다항식의 덧셈, 뺄셈과 같은 방법으로 계산한다.

$a > 0$ 이고, m, n 이 유리수일 때

(1) $m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$ 예 $2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = (2+3)\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$

(2) $m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m-n)\sqrt{a}$ 예 $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = (5-3)\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

제곱근의 덧셈과 뺄셈(1)

$a > 0$ 이고, m, n 이 유리수일 때

① $m\sqrt{a} + n\sqrt{a} = (m+n)\sqrt{a}$

② $m\sqrt{a} - n\sqrt{a} = (m-n)\sqrt{a}$

01 다음을 계산하시오.

(1) $4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$
 $4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = (4+5)\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

(2) $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

(3) $2\sqrt{6} + \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$
 $2\sqrt{6} + \sqrt{6} = (2+1)\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$

(4) $3\sqrt{7} + 7\sqrt{7} = 10\sqrt{7}$

(5) $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
 $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = (5-3)\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

(6) $6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

(7) $2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$

(8) $\sqrt{10} - 2\sqrt{10} = -\sqrt{10}$
 $\sqrt{10} - 2\sqrt{10} = (1-2)\sqrt{10} = -\sqrt{10}$

02 다음을 계산하시오.

(1) $2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$
 $2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = (2+4+3)\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

(2) $3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$

(3) $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = 10\sqrt{5}$

(4) $12\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
 $12\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = (12-3-4)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

(5) $4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$
 $4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = (4+2-3)\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

(6) $11\sqrt{7} - 6\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 7\sqrt{7}$

(7) $3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = -6\sqrt{3}$

(8) $-4\sqrt{7} - 3\sqrt{7} - \sqrt{7} = -8\sqrt{7}$

03 다음을 계산하시오.

$$(1) 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{4\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$(2) 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$(3) \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{3} \quad \frac{5\sqrt{5}}{6}$$

$$\frac{3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}}{6} = \frac{5\sqrt{5}}{6}$$

$$(4) -2\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{-4\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(5) -\sqrt{3} + \frac{4\sqrt{3}}{3} \quad \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$(6) -\frac{\sqrt{7}}{6} + \sqrt{7} \quad \frac{5\sqrt{7}}{6}$$

$$(7) 3\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$3\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$(8) 4\sqrt{5} - \frac{4\sqrt{5}}{3} \quad \frac{8\sqrt{5}}{3}$$

$$(9) \frac{5\sqrt{3}}{2} - 2\sqrt{3} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(10) \frac{3\sqrt{7}}{2} - \frac{2\sqrt{7}}{3} \quad \frac{5\sqrt{7}}{6}$$

$$\frac{3\sqrt{7}}{2} - \frac{2\sqrt{7}}{3} = \frac{9\sqrt{7} - 4\sqrt{7}}{6} = \frac{5\sqrt{7}}{6}$$

$$(11) -2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} \quad -\frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$-2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{-6\sqrt{3} - \sqrt{3}}{3} = -\frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$(12) -3\sqrt{10} - \frac{\sqrt{10}}{2} \quad -\frac{7\sqrt{10}}{2}$$

$$(13) -\frac{5\sqrt{6}}{4} - \sqrt{6} \quad -\frac{9\sqrt{6}}{4}$$

$$(14) -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} \quad -\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{-2\sqrt{2} - \sqrt{2}}{4} = -\frac{3\sqrt{2}}{4}$$

$$(15) \frac{3\sqrt{7}}{2} + \frac{\sqrt{7}}{3} + \frac{5\sqrt{7}}{6} \quad \frac{8\sqrt{7}}{3}$$

$$(\text{주어진 식}) = \frac{9\sqrt{7} + 2\sqrt{7} + 5\sqrt{7}}{6} = \frac{16\sqrt{7}}{6} = \frac{8\sqrt{7}}{3}$$

$$(16) 2\sqrt{6} - \frac{3\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{2} \quad \frac{3\sqrt{6}}{4}$$

$$(\text{주어진 식}) = \frac{8\sqrt{6} - 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6}}{4} = \frac{3\sqrt{6}}{4}$$

04 다음을 계산하시오.

$$(1) 3\sqrt{2} + 5\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 4\sqrt{3} \quad 5\sqrt{2} + 9\sqrt{3}$$

$$\text{(주어진 식)} = (3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) + (5\sqrt{3} + 4\sqrt{3}) \\ = 5\sqrt{2} + 9\sqrt{3}$$

$$(2) 2\sqrt{2} + 7\sqrt{5} + 4\sqrt{2} + \sqrt{5} \quad 6\sqrt{2} + 8\sqrt{5}$$

$$(3) 3\sqrt{3} + \sqrt{7} + 4\sqrt{3} + 5\sqrt{7} \quad 7\sqrt{3} + 6\sqrt{7}$$

$$(4) 2\sqrt{5} + \sqrt{6} + \frac{3\sqrt{5}}{2} + \frac{2\sqrt{6}}{3} \quad \frac{7\sqrt{5}}{2} + \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{(주어진 식)} = \frac{4\sqrt{5} + 3\sqrt{5}}{2} + \frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{6}}{3} = \frac{7\sqrt{5}}{2} + \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$$(5) 3\sqrt{5} + 8\sqrt{3} - 5\sqrt{5} - 6\sqrt{3} \quad 2\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$$

$$\text{(주어진 식)} = (8-6)\sqrt{3} + (3-5)\sqrt{5} \\ = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$$

$$(6) 5\sqrt{10} - 4\sqrt{6} - 9\sqrt{10} - 3\sqrt{6} \quad -7\sqrt{6} - 4\sqrt{10}$$

$$(7) -2\sqrt{2} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - \sqrt{2} \quad -3\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$$

$$(8) 4\sqrt{7} + 2\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{7}}{2} - \frac{4\sqrt{3}}{3} \quad \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{3\sqrt{7}}{2}$$

$$\text{(주어진 식)} = \frac{6\sqrt{3} - 4\sqrt{3}}{3} + \frac{8\sqrt{7} - 5\sqrt{7}}{2} \\ = \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{3\sqrt{7}}{2}$$

... 제곱근의 덧셈과 뺄셈(2) ...

$$(1) \sqrt{a^2b} \text{의 꼴은 } \boxed{a} \sqrt{b} \text{의 꼴로 고친 후 계산한다.}$$

$$(2) \frac{b}{\sqrt{a}} \text{의 꼴은 } \frac{\boxed{b\sqrt{a}}}{a} \text{의 꼴(분모의 유리화)로 고쳐서 계산한다.}$$

05 다음을 계산하시오.

$$(1) \sqrt{12} + \sqrt{27} \quad 5\sqrt{3}$$

$$\text{(주어진 식)} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$(2) \sqrt{20} + \sqrt{45} + \sqrt{80} \quad 9\sqrt{5}$$

$$\text{(주어진 식)} = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$$

$$(3) \sqrt{48} - \sqrt{12} \quad 2\sqrt{3}$$

$$\text{(주어진 식)} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$(4) \sqrt{50} - 7\sqrt{2} - \sqrt{8} \quad -4\sqrt{2}$$

$$\text{(주어진 식)} = 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$$

$$(5) 10\sqrt{3} + \sqrt{27} - 4\sqrt{3} \quad 9\sqrt{3}$$

$$\text{(주어진 식)} = 10\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

$$(6) 8\sqrt{2} - \sqrt{18} + \sqrt{32} \quad 9\sqrt{2}$$

$$\text{(주어진 식)} = 8\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

$$(7) \frac{4}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{2} \quad 5\sqrt{2}$$

$$\text{(주어진 식)} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$(8) -4\sqrt{5} - \frac{15}{\sqrt{5}} \quad -7\sqrt{5}$$

$$\text{(주어진 식)} = -4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = -7\sqrt{5}$$

$$(9) 5\sqrt{2} + \frac{4}{\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{8}}{3} \quad \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= 5\sqrt{2} + \frac{4}{2\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ &= 5\sqrt{2} + \sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

$$(10) 7\sqrt{6} - \frac{4}{\sqrt{24}} + 3\sqrt{6} \quad \frac{29\sqrt{6}}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= 7\sqrt{6} - \frac{4}{2\sqrt{6}} + 3\sqrt{6} \\ &= 7\sqrt{6} - \frac{2\sqrt{6}}{6} + 3\sqrt{6} = \frac{29\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

06 다음을 계산하시오.

$$(1) 3\sqrt{3} + 2\sqrt{20} + \sqrt{45} + \sqrt{75} \quad 8\sqrt{3} + 7\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= 3\sqrt{3} + 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3} + 7\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$(2) 8\sqrt{2} + 2\sqrt{28} - 5\sqrt{8} - 3\sqrt{7} \quad -2\sqrt{2} + \sqrt{7}$$

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= 8\sqrt{2} + 4\sqrt{7} - 10\sqrt{2} - 3\sqrt{7} \\ &= -2\sqrt{2} + \sqrt{7} \end{aligned}$$

$$(3) \sqrt{27} - 5\sqrt{6} - \sqrt{3} + 3\sqrt{24} \quad 2\sqrt{3} + \sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= 3\sqrt{3} - 5\sqrt{6} - \sqrt{3} + 6\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{3} + \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$(4) 2\sqrt{10} + 3\sqrt{20} - \frac{\sqrt{40}}{3} - \frac{9\sqrt{5}}{2} \quad \frac{3\sqrt{5}}{2} + \frac{4\sqrt{10}}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= 2\sqrt{10} + 6\sqrt{5} - \frac{2\sqrt{10}}{3} - \frac{9\sqrt{5}}{2} \\ &= \frac{12\sqrt{5} - 9\sqrt{5}}{2} + \frac{6\sqrt{10} - 2\sqrt{10}}{3} = \frac{3\sqrt{5}}{2} + \frac{4\sqrt{10}}{3} \end{aligned}$$

07 다음을 계산하시오.

$$(1) 3\sqrt{5} + \sqrt{12} - \frac{10}{\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \frac{4\sqrt{3}}{3} + \sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= 3\sqrt{5} + 2\sqrt{3} - \frac{10\sqrt{5}}{5} - \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{6\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{3} + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} \\ &= \frac{4\sqrt{3}}{3} + \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$(2) \frac{21}{\sqrt{7}} - \sqrt{27} - \sqrt{28} + \frac{6}{\sqrt{12}} \quad -2\sqrt{3} + \sqrt{7}$$

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= \frac{21\sqrt{7}}{7} - 3\sqrt{3} - 2\sqrt{7} + \frac{6}{2\sqrt{3}} \\ &= 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 3\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ &= -2\sqrt{3} + \sqrt{7} \end{aligned}$$

$$(3) 2\sqrt{3} + \frac{25}{\sqrt{5}} + \sqrt{45} - \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \frac{5\sqrt{3}}{3} + 8\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= 2\sqrt{3} + \frac{25\sqrt{5}}{5} + 3\sqrt{5} - \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{6\sqrt{3} - \sqrt{3}}{3} + 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \\ &= \frac{5\sqrt{3}}{3} + 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$(4) \frac{3}{\sqrt{45}} + \frac{\sqrt{18}}{4} - \frac{4}{\sqrt{20}} - \frac{5}{\sqrt{8}} \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= \frac{3}{3\sqrt{5}} + \frac{3\sqrt{2}}{4} - \frac{4}{2\sqrt{5}} - \frac{5}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{3\sqrt{2}}{4} - \frac{2\sqrt{5}}{5} - \frac{5\sqrt{2}}{4} \\ &= \frac{3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{5}}{5} \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$



18

근호를 포함한 복잡한 식의 계산

2 근호를 포함한 식의 계산

(1) 분배법칙을 이용한 제곱근의 덧셈과 뺄셈

$a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때

$$\textcircled{1} \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c}) = \sqrt{a}\sqrt{b} + \sqrt{a}\sqrt{c} = \sqrt{ab} + \sqrt{ac}$$

$$\text{예} \quad \sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) = \sqrt{2} \times \sqrt{3} + \sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{6} + \sqrt{10}$$

$$\textcircled{2} (\sqrt{a} + \sqrt{b})\sqrt{c} = \sqrt{a}\sqrt{c} + \sqrt{b}\sqrt{c} = \sqrt{ac} + \sqrt{bc}$$

$$\text{예} \quad (\sqrt{3} - \sqrt{5})\sqrt{2} = \sqrt{3} \times \sqrt{2} - \sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{6} - \sqrt{10}$$

(2) $\frac{\sqrt{b} + \sqrt{c}}{\sqrt{a}}$ 의 꼴의 분모의 유리화

$$a > 0, b > 0, c > 0 \text{일 때, } \frac{\sqrt{b} + \sqrt{c}}{\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{b} + \sqrt{c}) \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{\sqrt{ab} + \sqrt{ac}}{a}$$

$$\text{예} \quad \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{15}}{5}$$

무리수의 분배법칙

$a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때

$$\textcircled{1} \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c}) = \sqrt{\boxed{a}} \times \sqrt{b} + \sqrt{\boxed{a}} \times \sqrt{c}$$

$$\textcircled{2} (\sqrt{a} + \sqrt{b})\sqrt{c} = \sqrt{\boxed{a}} \times \sqrt{c} + \sqrt{\boxed{b}} \times \sqrt{c}$$

분모의 유리화

$a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때

$$\frac{\sqrt{b} + \sqrt{c}}{\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{b} + \sqrt{c}) \times \sqrt{\boxed{a}}}{\sqrt{a} \times \sqrt{\boxed{a}}} = \frac{\sqrt{\boxed{ab}} + \sqrt{\boxed{ac}}}{\boxed{a}}$$

01 다음을 계산하시오.

$$(1) \sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{7}) \quad \sqrt{6} + \sqrt{14}$$

$$(2) (\sqrt{5} + \sqrt{2})\sqrt{5} \quad 5 + \sqrt{10}$$

$$(3) -\sqrt{5}(3\sqrt{5} + 6) \quad -15 - 6\sqrt{5}$$

$$(4) (\sqrt{7} - \sqrt{3})\sqrt{3} \quad \sqrt{21} - 3$$

$$(5) 2\sqrt{3}(4\sqrt{2} - \sqrt{6}) \quad 8\sqrt{6} - 6\sqrt{2}$$

$$\text{(주어진 식)} = 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{2} - 2\sqrt{3} \times \sqrt{6} \\ = 8\sqrt{6} - 2\sqrt{18} = 8\sqrt{6} - 6\sqrt{2}$$

$$(6) (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(-\sqrt{2}) \quad -6 + 2\sqrt{6}$$

02 다음 수의 분모를 유리화하시오.

$$(1) \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} \quad \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} + 1)\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

$$(2) \frac{5 - 3\sqrt{7}}{\sqrt{5}} \quad \frac{5\sqrt{5} - 3\sqrt{35}}{5}$$

$$(3) (\sqrt{2} - 2) \div \sqrt{3} \quad \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{\sqrt{2} - 2}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2} - 2)\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{3}}{3}$$

$$(4) (\sqrt{10} - 3\sqrt{2}) \div \sqrt{5} \quad \frac{5\sqrt{2} - 3\sqrt{10}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{10} - 3\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{10} - 3\sqrt{2})\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{50} - 3\sqrt{10}}{5} = \frac{5\sqrt{2} - 3\sqrt{10}}{5}$$

$$(5) (7\sqrt{2} + \sqrt{28}) \div \sqrt{7} \quad \sqrt{14} + 2$$

$$\frac{7\sqrt{2} + \sqrt{28}}{\sqrt{7}} = \frac{(7\sqrt{2} + 2\sqrt{7})\sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{14} + 14}{7} = \sqrt{14} + 2$$

... 근호를 포함한 복잡한 식의 계산 ...

- ① 괄호가 있으면 **분배법칙**을 이용하여 괄호를 푼다.
- ② $\sqrt{a^2b}$ 의 꼴은 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 고친다.
- ③ 분모에 무리수가 있으면 분모를 **유리화**한다.
- ④ 곱셈, 나눗셈을 먼저 한 후 덧셈, 뺄셈을 한다.

03 다음을 계산하시오.

$$(1) \sqrt{3} \times \sqrt{6} + 5\sqrt{2} \quad 8\sqrt{2}$$

(주어진 식) $= \sqrt{18} + 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

$$(2) \sqrt{30} \div \sqrt{6} - \sqrt{20} \quad -\sqrt{5}$$

(주어진 식) $= \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5} - 2\sqrt{5} = -\sqrt{5}$

$$(3) \frac{\sqrt{48}}{2} + \sqrt{5} \times \sqrt{15} \quad 7\sqrt{3}$$

(주어진 식) $= \frac{4\sqrt{3}}{2} + \sqrt{75} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

$$(4) \sqrt{24} \div \frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{50} \quad \sqrt{2}$$

(주어진 식) $= 2\sqrt{6} \times \sqrt{3} - 5\sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = \sqrt{2}$

$$(5) 2\sqrt{2} \times 4\sqrt{6} + 6\sqrt{15} \div 2\sqrt{5} \quad 19\sqrt{3}$$

(주어진 식) $= 8\sqrt{12} + \frac{6\sqrt{15}}{2\sqrt{5}} = 16\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 19\sqrt{3}$

$$(6) \sqrt{42} \div \sqrt{6} - \sqrt{3} \times \sqrt{21} \quad -2\sqrt{7}$$

(주어진 식) $= \frac{\sqrt{42}}{\sqrt{6}} - \sqrt{63} = \sqrt{7} - 3\sqrt{7} = -2\sqrt{7}$

$$(7) 2\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) + \sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3}) \quad \sqrt{6} + 3\sqrt{10}$$

(주어진 식) $= 2\sqrt{6} + 2\sqrt{10} + \sqrt{10} - \sqrt{6} = \sqrt{6} + 3\sqrt{10}$

$$(8) 3\sqrt{6}(2 + \sqrt{12}) - 2\sqrt{3}(\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \quad 6\sqrt{2} + 4\sqrt{6}$$

(주어진 식) $= 6\sqrt{6} + 3\sqrt{72} - 2\sqrt{6} - 4\sqrt{18}$
 $= 6\sqrt{6} + 18\sqrt{2} - 2\sqrt{6} - 12\sqrt{2} = 6\sqrt{2} + 4\sqrt{6}$

04 다음을 계산하시오.

$$(1) \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{6}} - \sqrt{2}(2 + \sqrt{3}) \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{6}$$

(주어진 식) $= \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{6}}{6} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6} = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{6}$

$$(2) \sqrt{3}(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) - 2\sqrt{2}\left(\sqrt{2} + \frac{3}{2\sqrt{3}}\right) \quad 2 + 2\sqrt{6}$$

(주어진 식) $= 3\sqrt{6} + 6 - 4 - \sqrt{6} = 2 + 2\sqrt{6}$

$$(3) \frac{\sqrt{18} + \sqrt{6}}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{8} - \sqrt{3}(4\sqrt{2} + \sqrt{6}) \quad 2\sqrt{2} - 3\sqrt{6}$$

(주어진 식) $= \sqrt{6} + \sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - 3\sqrt{2}$
 $= 2\sqrt{2} - 3\sqrt{6}$

$$(4) \frac{3\sqrt{2}}{4}(8 - 5\sqrt{3}) + \frac{16 - \sqrt{12}}{\sqrt{2}} \quad 14\sqrt{2} - \frac{19\sqrt{6}}{4}$$

(주어진 식) $= 6\sqrt{2} - \frac{15\sqrt{6}}{4} + \frac{16\sqrt{2} - \sqrt{24}}{2}$
 $= 6\sqrt{2} - \frac{15\sqrt{6}}{4} + 8\sqrt{2} - \sqrt{6}$
 $= 14\sqrt{2} - \frac{19\sqrt{6}}{4}$

$$(5) (\sqrt{24} - 1) \times \frac{1}{\sqrt{6}} - \sqrt{12}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \quad -\frac{7\sqrt{6}}{6}$$

(주어진 식) $= \sqrt{4} - \frac{\sqrt{6}}{6} - \sqrt{6} - \sqrt{4}$
 $= -\frac{7\sqrt{6}}{6}$

$$(6) \frac{3}{\sqrt{2}}(\sqrt{48} + \sqrt{2}) + \left(3\sqrt{3} + \frac{3}{\sqrt{5}}\right) \div \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \quad 6\sqrt{6} - 3\sqrt{15}$$

(주어진 식) $= 3\sqrt{24} + 3 + \left(3\sqrt{3} + \frac{3}{\sqrt{5}}\right) \times (-\sqrt{5})$
 $= 6\sqrt{6} + 3 - 3\sqrt{15} - 3 = 6\sqrt{6} - 3\sqrt{15}$



19

제곱근표에 없는 수의 제곱근의 값

2 근호를 포함한 식의 계산

a 가 제곱근표에 있는 수일 때

(1) 100보다 큰 수: $\sqrt{100a} = 10\sqrt{a}$, $\sqrt{10000a} = 100\sqrt{a}$, ...

(2) 1.00보다 작은 수: $\sqrt{\frac{a}{100}} = \frac{\sqrt{a}}{10}$, $\sqrt{\frac{a}{10000}} = \frac{\sqrt{a}}{100}$, ...

예 $\sqrt{2.07} = 1.439$ 일 때

(1) $\sqrt{207} = \sqrt{2.07 \times 100} = 10\sqrt{2.07} = 10 \times 1.439 = 14.39$

끝자리부터 두 자리씩 왼쪽으로 이동

(2) $\sqrt{0.0207} = \sqrt{\frac{2.07}{100}} = \frac{\sqrt{2.07}}{10} = \frac{1.439}{10} = 0.1439$

소수점부터 두 자리씩 오른쪽으로 이동

... 제곱근표에 없는 수의 제곱근의 값 구하기 ...

a 가 제곱근표에 있는 수일 때

(1) 100보다 큰 수

→ $\sqrt{100a} = \boxed{10}\sqrt{a}$, $\sqrt{10000a} = \boxed{100}\sqrt{a}$

(2) 1.00보다 작은 수

→ $\sqrt{\frac{a}{100}} = \frac{\sqrt{a}}{\boxed{10}}$, $\sqrt{\frac{a}{10000}} = \frac{\sqrt{a}}{\boxed{100}}$

01 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{20} = 4.472$ 일 때, 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $\sqrt{200} = \sqrt{2 \times \boxed{100}} = \boxed{10}\sqrt{2}$
 $= 10 \times \boxed{1.414} = \boxed{14.14}$

(2) $\sqrt{2000} = \sqrt{\boxed{20} \times 100} = 10\sqrt{\boxed{20}}$
 $= 10 \times \boxed{4.472} = \boxed{44.72}$

(3) $\sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{20}{\boxed{100}}} = \frac{\boxed{4.472}}{10} = \boxed{0.4472}$

(4) $\sqrt{0.02} = \sqrt{\frac{2}{\boxed{100}}} = \frac{\sqrt{2}}{\boxed{10}} = \frac{1.414}{\boxed{10}} = \boxed{0.1414}$

02 $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{30} = 5.477$ 일 때, 다음 수의 값을 구하시오.

(1) $\sqrt{300}$ **17.32**
 $\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10 \times 1.732 = 17.32$

(2) $\sqrt{3000}$ **54.77**
 $\sqrt{3000} = \sqrt{30 \times 100} = 10\sqrt{30} = 10 \times 5.477 = 54.77$

(3) $\sqrt{30000}$ **173.2**
 $\sqrt{30000} = \sqrt{3 \times 10000} = 100\sqrt{3} = 100 \times 1.732 = 173.2$

(4) $\sqrt{0.3}$ **0.5477**
 $\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{5.477}{10} = 0.5477$

(5) $\sqrt{0.03}$ **0.1732**
 $\sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{10} = \frac{1.732}{10} = 0.1732$

(6) $\sqrt{0.003}$ **0.05477**
 $\sqrt{0.003} = \sqrt{\frac{30}{10000}} = \frac{\sqrt{30}}{100} = \frac{5.477}{100} = 0.05477$

03 $\sqrt{6}=2.449$, $\sqrt{60}=7.746$ 일 때, 다음 수의 값을 구하시오.

(1) $\sqrt{600}$ **24.49**

(2) $\sqrt{6000}$ **77.46**

(3) $\sqrt{60000}$ **244.9**

(4) $\sqrt{600000}$ **774.6**

(5) $\sqrt{0.6}$ **0.7746**

(6) $\sqrt{0.06}$ **0.2449**

(7) $\sqrt{0.006}$ **0.07746**

(8) $\sqrt{0.0006}$ **0.02449**

04 $\sqrt{3.12}=1.766$, $\sqrt{31.2}=5.586$ 일 때, 다음 수의 값을 구하시오.

(1) $\sqrt{312}$ **17.66**

$\sqrt{312}=\sqrt{3.12 \times 100}=10\sqrt{3.12}=10 \times 1.766=17.66$

(2) $\sqrt{3120}$ **55.86**

$\sqrt{3120}=\sqrt{31.2 \times 100}=10\sqrt{31.2}=10 \times 5.586=55.86$

(3) $\sqrt{0.312}$ **0.5586**

$\sqrt{0.312}=\sqrt{\frac{31.2}{100}}=\frac{\sqrt{31.2}}{10}=\frac{5.586}{10}=0.5586$

(4) $\sqrt{0.0312}$ **0.1766**

$\sqrt{0.0312}=\sqrt{\frac{3.12}{100}}=\frac{\sqrt{3.12}}{10}=\frac{1.766}{10}=0.1766$

05 $\sqrt{6.34}=2.518$, $\sqrt{63.4}=7.962$ 일 때, 다음 수의 값을 구하시오.

(1) $\sqrt{634}$ **25.18**

(2) $\sqrt{6340}$ **79.62**

(3) $\sqrt{0.634}$ **0.7962**

(4) $\sqrt{0.0634}$ **0.2518**



내신 도전

01 다음 중 계산이 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{3}\sqrt{7}=\sqrt{21}$
 ② $\sqrt{\frac{14}{3}}\times\left(-\sqrt{\frac{6}{7}}\right)=-2$
 ③ $\sqrt{21}\div\sqrt{\frac{7}{5}}=\sqrt{15}$
 ✓④ $10\sqrt{18}\div2\sqrt{2}=45$
 ⑤ $3\sqrt{\frac{5}{6}}\div\sqrt{\frac{5}{12}}=3\sqrt{2}$
 ② $\sqrt{\frac{14}{3}}\times\left(-\sqrt{\frac{6}{7}}\right)=-\sqrt{\frac{14}{3}\times\frac{6}{7}}=-\sqrt{4}=-2$
 ③ $\sqrt{21}\div\sqrt{\frac{7}{5}}=\sqrt{21}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}=\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{15}$
 ④ $10\sqrt{18}\div2\sqrt{2}=\frac{10\sqrt{18}}{2\sqrt{2}}=5\sqrt{9}=5\times3=15$
 ⑤ $3\sqrt{\frac{5}{6}}\div\sqrt{\frac{5}{12}}=3\sqrt{\frac{5}{6}\times\frac{12}{5}}=3\sqrt{2}$

02 다음 중 계산이 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{2}\times\sqrt{6}=2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{8}\times\sqrt{7}=2\sqrt{14}$
 ③ $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{\frac{12}{64}}=\frac{\sqrt{3}}{4}$
 ✓⑤ $\frac{2\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=18$
 ① $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ② $\sqrt{56}=2\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
 ④ $\sqrt{\frac{3}{16}}=\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $2\sqrt{9}=6$

03 다음 중 □ 안에 들어갈 수가 가장 큰 것은?

- ✓① $2\sqrt{6}=\sqrt{\square}$ ② $\sqrt{800}=\square\sqrt{2}$
 ③ $\sqrt{2}\times\sqrt{10}=2\sqrt{\square}$ ④ $4\sqrt{\frac{7}{8}}=\sqrt{\square}$
 ⑤ $\sqrt{2^2\times3\times5^3}=\square\sqrt{15}$
 ① $2\sqrt{6}=\sqrt{2^2\times6}=\sqrt{24}$ ∴ □=24
 ② $\sqrt{800}=\sqrt{20^2\times2}=20\sqrt{2}$ ∴ □=20
 ③ $\sqrt{2}\times\sqrt{10}=\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$ ∴ □=5
 ④ $4\sqrt{\frac{7}{8}}=\sqrt{4^2\times\frac{7}{8}}=\sqrt{16\times\frac{7}{8}}=\sqrt{14}$ ∴ □=14
 ⑤ $\sqrt{2^2\times3\times5^3}=\sqrt{(2\times5)^2\times3\times5}=10\sqrt{15}$ ∴ □=10

04 $\frac{6}{\sqrt{2}}=a\sqrt{2}$, $\frac{6}{\sqrt{27}}=b\sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

(단, a, b 는 유리수)

- ① 1 ✓② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5
 $\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{20}$ 이므로 $a=3$
 $\frac{6}{\sqrt{27}}=\frac{6}{3\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $b=\frac{2}{3}$
 ∴ $ab=3\times\frac{2}{3}=2$

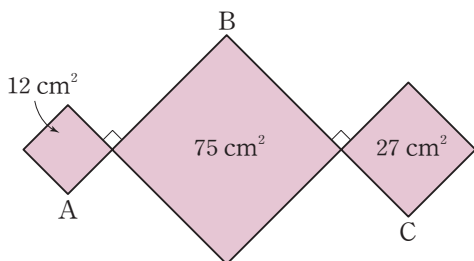
05 다음 중 식을 간단히 한 것으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① $3\sqrt{2}+7\sqrt{2}=10\sqrt{2}$
 ✓② $6\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4$
 ③ $\sqrt{75}+\sqrt{12}=7\sqrt{3}$
 ④ $\sqrt{18}-\sqrt{32}=-\sqrt{2}$
 ✓⑤ $\sqrt{7}+\sqrt{6}=\sqrt{13}$
 ② $6\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$
 ③ (주어진 식) $=5\sqrt{3}+2\sqrt{3}=7\sqrt{3}$
 ④ (주어진 식) $=3\sqrt{2}-4\sqrt{2}=-\sqrt{2}$
 ⑤ $\sqrt{7}+\sqrt{6}$ 은 더 이상 간단히 할 수 없다.

06 $\sqrt{18}-\sqrt{50}+a\sqrt{2}=\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ 1
 ④ 2 ✓⑤ 3
 (좌변) $=3\sqrt{2}-5\sqrt{2}+a\sqrt{2}=(-2+a)\sqrt{2}$ 이므로
 $-2+a=1$ ∴ $a=3$

- 07 다음 그림과 같이 넓이가 각각 12 cm^2 , 75 cm^2 , 27 cm^2 인 세 정사각형에서 $\overline{AB} + \overline{BC}$ 의 길이는?



- ① $13\sqrt{3}\text{ cm}$ ② $14\sqrt{3}\text{ cm}$ ✓ ③ $15\sqrt{3}\text{ cm}$
 ④ $16\sqrt{3}\text{ cm}$ ⑤ $17\sqrt{3}\text{ cm}$
 $\overline{AB} = \sqrt{12} + \sqrt{75} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}(\text{cm})$,
 $\overline{BC} = \sqrt{75} + \sqrt{27} = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$
 $\therefore \overline{AB} + \overline{BC} = 7\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 15\sqrt{3}(\text{cm})$

- 08 $\sqrt{27}(\sqrt{2} + \sqrt{6}) - \sqrt{18}(\sqrt{3} - 2)$ 를 간단히 하면?

- ① $9\sqrt{2}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{2}$
 ④ $12\sqrt{3}$ ✓ ⑤ $15\sqrt{2}$
 (주어진 식) $= 3\sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{6}) - 3\sqrt{2}(\sqrt{3} - 2)$
 $= 3\sqrt{6} + 3\sqrt{18} - 3\sqrt{6} + 6\sqrt{2}$
 $= 9\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$

- 09 $\sqrt{8} \times \frac{\sqrt{2}}{4} + \sqrt{18} \div \frac{\sqrt{6}}{3} = a + b\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a , b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하시오. 4

$$\sqrt{8} \times \frac{\sqrt{2}}{4} + \sqrt{18} \div \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{16}}{4} + \sqrt{18} \times \frac{3}{\sqrt{6}} = 1 + 3\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$a = 1, b = 3 \quad \therefore a + b = 1 + 3 = 4$$

- 10 $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{5} = b$ 라 할 때, 다음 중 $\sqrt{360}$ 을 a , b 를 사용하여 바르게 나타낸 것은?

- ① $3ab$ ② $3a^2b$ ③ $3ab^2$
 ✓ ④ $6ab$ ⑤ $6a^2b$
 $\sqrt{360} = \sqrt{6^2 \times 10} = 6\sqrt{10} = 6 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} = 6ab$

- 11 다음 식의 계산 결과가 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하시오. $-\frac{5}{2}$

$$\frac{4}{\sqrt{2}}a - 1 + 5(\sqrt{2} - 1)$$

$$\text{(주어진 식)} = 2a\sqrt{2} - 1 + 5\sqrt{2} - 5 = (2a + 5)\sqrt{2} - 6$$

$$2a + 5 = 0 \quad \therefore a = -\frac{5}{2}$$

- 12 $\sqrt{5} = 2.236$, $\sqrt{50} = 7.071$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{0.0005} = 0.02236$ ✓ ② $\sqrt{0.5} = 0.2236$
 ③ $\sqrt{500} = 22.36$ ④ $\sqrt{5000} = 70.71$
 ⑤ $\sqrt{50000} = 223.6$
 ② $\sqrt{0.5} = \sqrt{\frac{50}{100}} = \frac{\sqrt{50}}{10} = 0.7071$



대단원 평가

01 다음 중 옳은 것은?

- ① 0의 제곱근은 없다.
 - ② 제곱근 25는 -5이다.
 - ③ 9의 제곱근은 3이다.
 - ④ -16의 양의 제곱근은 4이다.
 - ✓⑤ $(-6)^2$ 의 제곱근은 6, -6이다.
- ① 0의 제곱근은 0이다.
 ② 제곱근 25는 5이다.
 ③ 9의 제곱근은 3, -3이다.
 ④ -16의 제곱근은 없다.

02 9의 양의 제곱근을 a , 제곱근 $\frac{1}{9}$ 을 b 라 할 때, ab 의 값은?

- ✓① 1 ② 2 ③ 3
 - ④ 4 ⑤ 5
- $a = \sqrt{9} = 3, b = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$
 $\therefore ab = 3 \times \frac{1}{3} = 1$

03 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① $-\sqrt{3^2}$ ② $-(\sqrt{3})^2$
 - ③ $-\sqrt{(-3)^2}$ ✓④ $\sqrt{(-3)^2}$
 - ⑤ $-(-\sqrt{3})^2$
- ①, ②, ③, ⑤ -3 ④ 3

04 $\sqrt{121} \div \sqrt{11^2} - (-\sqrt{10})^2$ 을 간단히 하면?

- ① 11 ② 0 ③ -1
 - ✓④ -9 ⑤ -10
- (주어진 식) $= \sqrt{11^2} \div \sqrt{11^2} - (-\sqrt{10})^2$
 $= 11 \div 11 - 10$
 $= 1 - 10$
 $= -9$

05 $\sqrt{48x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 작은 자연수 x 의 값은?

- ① 2 ✓② 3 ③ 9
- ④ 12 ⑤ 48

48을 소인수분해 하면 $48 = 2^4 \times 3$
 따라서 $\sqrt{48x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 작은 자연수 x 의 값은 3이다.

06 $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

- ① 0 ② $2a$ ③ $2b$
 - ✓④ $2(a-b)$ ⑤ $2(b-a)$
- (주어진 식) $= |a| + |b| + |b-a|$
 $= a - b - (b-a)$
 $= a - b - b + a$
 $= 2a - 2b$
 $= 2(a-b)$

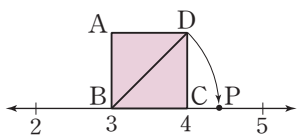
07 다음 중 대소 관계가 옳지 않은 것은?

- ① $1+\sqrt{3}<3$ ② $3-\sqrt{2}<2$
 ③ $5-\sqrt{2}>3$ ④ $\sqrt{6}-1>\sqrt{5}-1$
 ✓ ⑤ $\sqrt{10}-\sqrt{7}>\sqrt{10}-\sqrt{6}$
 ① $(1+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
 $\therefore 1+\sqrt{3}<3$
 ② $(3-\sqrt{2})-2=1-\sqrt{2}=\sqrt{1}-\sqrt{2}<0$
 $\therefore 3-\sqrt{2}<2$
 ③ $(5-\sqrt{2})-3=2-\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$
 $\therefore 5-\sqrt{2}>3$
 ④ $\sqrt{6}>\sqrt{5}$ 이므로 $\sqrt{6}-1>\sqrt{5}-1$
 ⑤ $\sqrt{7}>\sqrt{6}$ 이므로 $-\sqrt{7}<-\sqrt{6}$ $\therefore \sqrt{10}-\sqrt{7}<\sqrt{10}-\sqrt{6}$

08 다음 중 무리수인 것은?

- ① 0.1352 ✓ ② π ③ $\sqrt{81}$
 ④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$ ⑤ $\sqrt{0.25}$
 ② π 는 무리수이다. ③ $\sqrt{81}=9$
 ④ $\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$ ⑤ $\sqrt{0.25}=0.5$

09 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에 대하여 $\overline{BD}=\overline{BP}$ 가 되도록 점 P를 정할 때, 점 P에 대응하는 수는?



- ① $1+\sqrt{2}$ ② $2-\sqrt{2}$ ✓ ③ $3+\sqrt{2}$
 ④ $4+\sqrt{2}$ ⑤ $5-\sqrt{2}$
 $\overline{BD}=\overline{BP}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ 이므로 점 P에 대응하는 수는 $3+\sqrt{2}$ 이다.

10 $\sqrt{3}\div 2\sqrt{2}\times\sqrt{24}$ 를 간단히 하면?

- ✓ ① 3 ② $2\sqrt{3}$ ③ 4
 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 5
 (주어진 식) $=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\times 2\sqrt{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}\times\sqrt{6}=\frac{6}{2}=3$

11 $\sqrt{24}=2\sqrt{a}$, $\sqrt{45}=3\sqrt{b}$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

(단, a, b 는 유리수)

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ✓ ④ 1 ⑤ 2
 $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ 이므로 $a=6$
 $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ 이므로 $b=5$
 $\therefore a-b=6-5=1$

12 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{2}\times\sqrt{10}=2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{12}\times\sqrt{5}=2\sqrt{15}$
 ③ $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$ ④ $-\sqrt{\frac{14}{18}}=-\frac{\sqrt{7}}{3}$
 ✓ ⑤ $\frac{3\sqrt{28}}{\sqrt{7}}=12$
 ① $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ ② $\sqrt{60}=2\sqrt{15}$
 ③ $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ ④ $-\sqrt{\frac{7}{9}}=-\frac{\sqrt{7}}{3}$
 ⑤ $3\sqrt{4}=6$



- 13 $\frac{6}{\sqrt{3}}=a\sqrt{3}$, $\frac{10}{\sqrt{8}}=b\sqrt{2}$ 일 때, ab 의 값은?
(단, a , b 는 유리수)

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ☒ ⑤ 5

$$\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{30}\text{이므로 } a=2$$

$$\frac{10}{\sqrt{8}}=\frac{10}{2\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}\text{이므로 } b=\frac{5}{2}$$

$$\therefore ab=2\times\frac{5}{2}=5$$

- 14 다음 중 식을 간단히 한 것으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $2\sqrt{2}+5\sqrt{2}=7\sqrt{2}$ ☒ ② $4\sqrt{3}-\sqrt{3}=3$
③ $\sqrt{96}+\sqrt{24}=6\sqrt{6}$ ④ $\sqrt{12}-\sqrt{48}=-2\sqrt{3}$
☒ ⑤ $\sqrt{5}+\sqrt{10}=\sqrt{15}$
② $4\sqrt{3}-\sqrt{3}=3\sqrt{3}$
③ $4\sqrt{6}+2\sqrt{6}=6\sqrt{6}$
④ $2\sqrt{3}-4\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$
⑤ $\sqrt{5}+\sqrt{10}$ 은 더 이상 간단히 할 수 없다.

- 15 $\sqrt{3}(3\sqrt{2}+\sqrt{6})-\sqrt{6}(\sqrt{3}-3)$ 을 간단히 하면?

- ① 0 ② $6\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{3}$
☒ ④ $6\sqrt{6}$ ⑤ $6(\sqrt{2}+\sqrt{6})$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}(3\sqrt{2}+\sqrt{6})-\sqrt{6}(\sqrt{3}-3) \\ &= 3\sqrt{6}+3\sqrt{2}-3\sqrt{2}+3\sqrt{6}=6\sqrt{6} \end{aligned}$$

- 16 다음 중 $\sqrt{7}=2.646$ 을 이용하여 수의 값을 구할 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\sqrt{0.07}$ ☒ ② $\sqrt{0.7}$ ☒ ③ $\sqrt{2.8}$
④ $\sqrt{700}$ ⑤ $\sqrt{2800}$

$$\textcircled{1} \sqrt{0.07}=\frac{\sqrt{7}}{10}=\frac{2.646}{10}=0.2646$$

$$\textcircled{2} \sqrt{0.7}=\sqrt{\frac{70}{100}}=\frac{1}{10}\sqrt{70}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{2.8}=\sqrt{\frac{280}{100}}=\frac{2\sqrt{70}}{10}=\frac{1}{5}\sqrt{70}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{700}=10\sqrt{7}=10\times 2.646=26.46$$

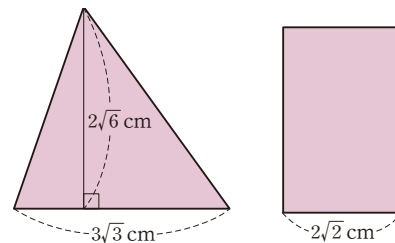
$$\textcircled{5} \sqrt{2800}=20\sqrt{7}=20\times 2.646=52.92$$

- 17 다음 식의 계산 결과가 유리수가 되게 하는 유리수 a , b 의 값은?

$$\begin{aligned} & \textcircled{A} 3(a\sqrt{2}-3)-2a-3\sqrt{2} \\ & \textcircled{B} -2(1+b\sqrt{6})+\sqrt{6}(4+b\sqrt{6}) \end{aligned}$$

- ① $a=-1$, $b=2$ ② $a=1$, $b=-2$
③ $a=-1$, $b=-2$ ☒ ④ $a=1$, $b=2$
⑤ $a=-2$, $b=-1$
 $\textcircled{A} 3a\sqrt{2}-9-2a-3\sqrt{2}=(3a-3)\sqrt{2}-2a-9$
에서 $3a-3=0$ $\therefore a=1$
 $\textcircled{B} -2-2b\sqrt{6}+4\sqrt{6}+6b=(-2b+4)\sqrt{6}+6b-2$
에서 $-2b+4=0$ $\therefore b=2$

- 18 다음 그림에서 삼각형과 직사각형의 넓이가 서로 같을 때, 직사각형의 세로의 길이는?



- ① $\frac{8}{3}$ cm ② 3 cm ☒ ③ $\frac{9}{2}$ cm
④ 5 cm ⑤ 6 cm

$$(\text{삼각형의 넓이})=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times 2\sqrt{6}=3\sqrt{18}=9\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

직사각형의 가로 길이가 $2\sqrt{2}$ cm이므로

$$(\text{직사각형의 세로 길이})=(\text{삼각형의 넓이})\div 2\sqrt{2}=\frac{9\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{9}{2}(\text{cm})$$



II

다항식의 곱셈과 인수분해

이 단원에서 공부해야 할 필수 개념

1 다항식의 곱셈

- 개념 01** 곱셈 공식 (1)
- 개념 02** 곱셈 공식 (2)
- 개념 03** 곱셈 공식을 이용한 수의 계산
- 개념 04** 곱셈 공식을 이용한 제곱근의 계산
- 개념 05** 곱셈 공식의 변형

2 인수분해

- 개념 06** 인수와 인수분해
- 개념 07** 인수분해 공식(1) – 완전제곱식
- 개념 08** 완전제곱식이 되기 위한 조건
- 개념 09** 인수분해 공식(2) – 제곱의 차
- 개념 10** 인수분해 공식(3) – x^2 의 계수가 1인 이차식
- 개념 11** 인수분해 공식(4) – x^2 의 계수가 1이 아닌 이차식
- 개념 12** 복잡한 식의 인수분해
- 개념 13** 인수분해 공식을 이용한 수의 계산과 식의 값

내신 도전

내신 도전

대단원 평가



개념
01

곱셈 공식(1)

1 다항식의 곱셈

(1) 다항식과 다항식의 곱셈

분배법칙을 이용하여 전개하고 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

예 $(2x-1)(2x+3)=4x^2+6x-2x-3=4x^2+4x-3$

(2) 완전제곱식

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2$$

예 $(a+3)^2=a^2+2 \times a \times 3+3^2=a^2+6a+9$

$(a-4)^2=a^2-2 \times a \times 4+4^2=a^2-8a+16$

(3) 합과 차의 곱

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2$$

예 $(a+2)(a-2)=a^2-2^2=a^2-4$

$$(a+b)(c+d)=\underbrace{ac}_{①}+\underbrace{ad}_{②}+\underbrace{bc}_{③}+\underbrace{bd}_{④}$$

다항식과 다항식의 곱셈

$$(a+b)(c+d)=ac+\boxed{ad}+bc+\boxed{bd}$$

01 다음 식을 전개하시오.

(1) $(4x-y)(y-3)$ $4xy-12x-y^2+3y$

(2) $(x+2)(3y+3)$ $3xy+3x+6y+6$

(3) $(2x-1)(x+3y)$ $2x^2+6xy-x-3y$

(4) $(a+2b)(-3c+d)$ $-3ac+ad-6bc+2bd$

(5) $(x-y)(a+b+c)$

$ax+bx+cx-ay-by-cy$

(6) $(3a+2b)(5a-4b-1)$

$15a^2-2ab-8b^2-3a-2b$

(주어진 식) $=15a^2-12ab-3a+10ab-8b^2-2b$
 $=15a^2-2ab-8b^2-3a-2b$

(7) $(2x+y+3)(x-3y)$

$2x^2-5xy-3y^2+3x-9y$

(주어진 식) $=2x^2-6xy+xy-3y^2+3x-9y$
 $=2x^2-5xy-3y^2+3x-9y$

(8) $(x+y-1)(-x+3y)$

$-x^2+2xy+3y^2+x-3y$

(주어진 식) $=-x^2+3xy-xy+3y^2+x-3y$
 $=-x^2+2xy+3y^2+x-3y$

완전제곱식의 전개

$$\begin{aligned}
 (a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\
 &= a^2 + \boxed{ab} + ab + \boxed{b^2} = \boxed{a^2+2ab+b^2} \\
 (a-b)^2 &= (a-b)(a-b) \\
 &= a^2 - \boxed{ab} - ab + \boxed{b^2} = \boxed{a^2-2ab+b^2}
 \end{aligned}$$

02 다음 식을 전개하십시오.

$$\begin{aligned}
 (1) (x+2)^2 &= \boxed{x}^2 + 2 \times \boxed{x} \times \boxed{2} + \boxed{2}^2 \\
 &= \boxed{x^2+4x+4}
 \end{aligned}$$

$$(2) (x+5)^2 \quad x^2+10x+25$$

$$\begin{aligned}
 (3) (3x+2)^2 &\quad 9x^2+12x+4 \\
 (\text{주어진 식}) &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 \\
 &= 9x^2+12x+4
 \end{aligned}$$

$$(4) (2x+5)^2 \quad 4x^2+20x+25$$

$$(5) (x-3)^2 \quad x^2-6x+9$$

$$(6) (x-6)^2 \quad x^2-12x+36$$

$$(7) (2x-1)^2 \quad 4x^2-4x+1$$

$$(8) (4x-3)^2 \quad 16x^2-24x+9$$

합과 차의 곱의 전개

$$(a+b)(a-b) = a^2 - \boxed{ab} + ab - \boxed{b^2} = \boxed{a^2-b^2}$$

03 다음 식을 전개하십시오.

$$\begin{aligned}
 (1) (x+1)(x-1) &= \boxed{x}^2 - \boxed{1}^2 \\
 &= \boxed{x^2-1}
 \end{aligned}$$

$$(2) (x+2)(x-2) \quad x^2-4$$

$$\begin{aligned}
 (3) (2x+5)(2x-5) &\quad 4x^2-25 \\
 (\text{주어진 식}) &= (2x)^2 - 5^2 = 4x^2-25
 \end{aligned}$$

$$(4) (3x+7y)(3x-7y) \quad 9x^2-49y^2$$

$$(5) (-x+4y)(-x-4y) \quad x^2-16y^2$$

$$(6) (-5x-y)(-5x+y) \quad 25x^2-y^2$$

$$(7) \left(x+\frac{1}{2}y\right)\left(x-\frac{1}{2}y\right) \quad x^2-\frac{1}{4}y^2$$

$$(8) \left(\frac{1}{3}x+4y\right)\left(\frac{1}{3}x-4y\right) \quad \frac{1}{9}x^2-16y^2$$



02

곱셈 공식(2)

1 다항식의 곱셈

(1) x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱

$$(x+a)(x+b) = x^2 + bx + ax + ab = x^2 + (a+b)x + ab$$

예 $(x+1)(x+2) = x^2 + (1+2)x + 2 = x^2 + 3x + 2$

(2) x 의 계수가 1이 아닌 두 일차식의 곱

$$(ax+b)(cx+d) = acx^2 + adx + bcx + bd = acx^2 + (ad+bc)x + bd$$

예 $(2x+3)(5x+7) = 2x \times 5x + (2 \times 7 + 3 \times 5)x + 3 \times 7 = 10x^2 + 29x + 21$

... x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱의 전개

$$(x+a)(x+b) = x^2 + \boxed{b}x + ax + \boxed{ab} \\ = \boxed{x^2 + (a+b)x + ab}$$

01 다음 식을 전개하십시오.

(1) $(x+2)(x+3)$

$$= x^2 + (\boxed{2} + \boxed{3})x + \boxed{2} \times \boxed{3} \\ = \boxed{x^2 + 5x + 6}$$

(2) $(x-2)(x+4)$ $x^2 + 2x - 8$

(3) $(x-2)(x-5)$ $x^2 - 7x + 10$

(4) $(x-2)(x+3)$ $x^2 + x - 6$

(5) $(x+2)(x+5)$ $x^2 + 7x + 10$

(6) $(x+7)(x+3)$ $x^2 + 10x + 21$

(7) $(x+5)(x-2)$ $x^2 + 3x - 10$

(8) $(x+6)(x-5)$ $x^2 + x - 30$

(9) $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$ $x^2 + \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}$

(주어진 식) $= x^2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)x + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \\ = x^2 + \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}$

(10) $\left(x + \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{6}\right)$ $x^2 + \frac{1}{12}x - \frac{1}{24}$

(주어진 식) $= x^2 + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right)x + \frac{1}{4} \times \left(-\frac{1}{6}\right) \\ = x^2 + \frac{1}{12}x - \frac{1}{24}$

... x 의 계수가 1이 아닌 두 일차식의 곱의 전개 ...

$$\begin{aligned} & (ax+b)(cx+d) \\ &= \boxed{ac}x^2 + adx + \boxed{bc}x + bd \\ &= \boxed{acx^2 + (ad+bc)x + bd} \end{aligned}$$

02 다음 식을 전개하십시오.

$$\begin{aligned} (1) & (x+2)(2x+1) \\ &= \boxed{2}x^2 + (\boxed{1} + \boxed{4})x + \boxed{2} \\ &= \boxed{2x^2 + 5x + 2} \end{aligned}$$

$$(2) (5x+2)(4x+7) \quad 20x^2 + 43x + 14$$

$$(3) (2x+3)(5x+2) \quad 10x^2 + 19x + 6$$

$$(4) (3x+5)(2x-3) \quad 6x^2 + x - 15$$

$$(5) (2x-3)(x+2) \quad 2x^2 + x - 6$$

$$(6) (-3x+1)(4x-3) \quad -12x^2 + 13x - 3$$

$$(7) (4x-5)(2x-4) \quad 8x^2 - 26x + 20$$

$$(8) (5x+3)(-2x-1) \quad -10x^2 - 11x - 3$$

$$(9) (-2x-3)(-3x+2) \quad 6x^2 + 5x - 6$$

$$(10) (-2x+5)(-4x+7) \quad 8x^2 - 34x + 35$$

$$(11) \left(\frac{1}{2}x-3\right)\left(\frac{1}{3}x-4\right) \quad \frac{1}{6}x^2 - 3x + 12$$

$$(12) \left(\frac{1}{3}x-5\right)\left(\frac{1}{5}x+6\right) \quad \frac{1}{15}x^2 + x - 30$$

03 다음 식에서 상수 A , B 의 값을 각각 구하십시오.

$$\begin{aligned} (1) & (x+A)^2 = x^2 + 6x + B \quad A=3, B=9 \\ & (x+A)^2 = x^2 + 2Ax + A^2 \\ & \text{즉, } 2A=6, A^2=B \text{이므로 } A=3, B=9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & (x+2)(x-A) = x^2 - B \quad A=2, B=4 \\ & (x+2)(x-A) = x^2 + (-A+2)x - 2A \\ & \text{즉, } -A+2=0, B=2A \text{이므로 } A=2, B=4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & (x-3)(x+A) = x^2 + 5x - B \quad A=8, B=24 \\ & (x-3)(x+A) = x^2 + (A-3)x - 3A \\ & \text{즉, } A-3=5, B=3A \text{이므로 } A=8, B=24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) & (3x+4)(Ax-3) = 15x^2 + Bx - 12 \quad A=5, B=11 \\ & (3x+4)(Ax-3) = 3Ax^2 + (4A-9)x - 12 \\ & \text{즉, } 3A=15, B=4A-9 \text{이므로 } A=5, B=11 \end{aligned}$$



개념
03

곱셈 공식을 이용한 수의 계산

1 다항식의 곱셈

(1) 수의 제곱의 계산

곱셈 공식 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 또는 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ 을 이용한다.

- 예 • $31^2=(30+1)^2=30^2+2\times 30\times 1+1^2=900+60+1=961$
 • $29^2=(30-1)^2=30^2-2\times 30\times 1+1^2=900-60+1=841$

(2) 두 수의 곱의 계산

곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 또는 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ 를 이용한다.

- 예 • $21\times 19=(20+1)(20-1)=20^2-1^2=400-1=399$
 • $22\times 23=(20+2)(20+3)=20^2+(2+3)\times 20+2\times 3=400+100+6=506$

수의 제곱의 계산

곱셈 공식

$(a+b)^2=a^2+\boxed{2ab}+b^2$, $(a-b)^2=a^2-\boxed{2ab}+b^2$
 을 이용하여 계산한다.

01 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하시오.

$$(1) 102^2=(100+\boxed{2})^2 \\ =10000+\boxed{400}+4=\boxed{10404}$$

$$(2) 51^2 \quad \mathbf{2601}$$

$$(3) 73^2 \quad \mathbf{5329} \\ 73^2=(70+3)^2=4900+420+9 \\ =5329$$

$$(4) 104^2 \quad \mathbf{10816}$$

$$(5) 5.2^2 \quad \mathbf{27.04} \\ 5.2^2=(5+0.2)^2=5^2+2\times 5\times 0.2+0.2^2 \\ =25+2+0.04=27.04$$

$$(6) 96^2=(\boxed{100}-4)^2 \\ =\boxed{10000}-\boxed{800}+16=\boxed{9216}$$

$$(7) 39^2 \quad \mathbf{1521}$$

$$(8) 48^2 \quad \mathbf{2304}$$

$$(9) 98^2 \quad \mathbf{9604}$$

$$(10) 2.8^2 \quad \mathbf{7.84} \\ 2.8^2=(3-0.2)^2=3^2-2\times 3\times 0.2+0.2^2 \\ =9-1.2+0.04=7.84$$

두 수의 곱의 계산

곱셈 공식

$$(a+b)(a-b)=a^2-\boxed{b^2}$$

$$(x+a)(x+b)=x^2+(\boxed{a+b})x+\boxed{ab}$$

을 이용하여 계산한다.

02 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하시오.

$$\begin{aligned}(1) 101 \times 99 &= (100 + \boxed{1})(100 - \boxed{1}) \\ &= 100^2 - \boxed{1}^2 \\ &= 10000 - \boxed{1} \\ &= \boxed{9999}\end{aligned}$$

$$(2) 52 \times 48 \quad \mathbf{2496}$$

$$(3) 96 \times 104 \quad \mathbf{9984}$$

$$(4) 61 \times 59 \quad \mathbf{3599}$$

$$\begin{aligned}(5) 6.1 \times 5.9 &= (6 + 0.1)(6 - 0.1) \\ &= 36 - \boxed{0.01} \\ &= \boxed{35.99}\end{aligned}$$

$$(6) 4.2 \times 3.8 \quad \mathbf{15.96}$$

$$\begin{aligned}(7) 101 \times 105 &= (100 + \boxed{1})(\boxed{100} + 5) \\ &= \boxed{10000} + \boxed{600} + 5 \\ &= \boxed{10605}\end{aligned}$$

$$(8) 64 \times 66 \quad \mathbf{4224}$$

$$(9) 93 \times 97 \quad \mathbf{9021}$$

$$(10) 102 \times 103 \quad \mathbf{10506}$$

$$\begin{aligned}(11) 5.1 \times 5.2 &= (5 + \boxed{0.1})(5 + \boxed{0.2}) \\ &= 25 + \boxed{1.5} + 0.02 \\ &= \boxed{26.52}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(12) 7.2 \times 7.5 &\quad \mathbf{54} \\ 7.2 \times 7.5 &= (7 + 0.2)(7 + 0.5) \\ &= 49 + 4.9 + 0.1 \\ &= 54\end{aligned}$$



04

곱셈 공식을 이용한 제곱근의 계산

❶ 다항식의 곱셈

(1) 곱셈 공식을 이용한 무리수의 계산

근호를 포함한 식의 계산은 제곱근을 문자로 생각하고 곱셈 공식을 이용한다.

$$① (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$$

$$② (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b$$

$$③ (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$$

$$\text{예 } (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{6} + 2 = 5 + 2\sqrt{6}$$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{6} + 2 = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1$$

(2) 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

분모가 두 수의 합 또는 차로 되어 있는 무리수일 때, 다음과 같이 곱셈 공식 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 을 이용하여 분모를 유리화한다.

$$\frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{c \times (\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \times (\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} = \frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b} \quad (\text{단, } a > 0, b > 0, a \neq b)$$

$$\text{예 } \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{1 \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

... 곱셈 공식을 이용한 무리수의 계산 ...

근호를 포함한 식의 계산은 제곱근을 문자로 생각하고 곱셈 공식을 이용한다.

$$① (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + 2\sqrt{ab} + b$$

$$② (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b$$

$$③ (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$$

01 다음 식을 전개하시오.

$$(1) (1 + \sqrt{2})^2 \quad 3 + 2\sqrt{2}$$

$$(1 + \sqrt{2})^2 = 1^2 + 2 \times 1 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$(2) (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 \quad 8 + 2\sqrt{15}$$

$$(3) (\sqrt{7} + 2)^2 \quad 11 + 4\sqrt{7}$$

$$(\sqrt{7} + 2)^2 = (\sqrt{7})^2 + 2 \times \sqrt{7} \times 2 + 2^2 = 7 + 4\sqrt{7} + 4 = 11 + 4\sqrt{7}$$

$$(4) (2 - \sqrt{3})^2 \quad 7 - 4\sqrt{3}$$

$$(5) (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 \quad 7 - 2\sqrt{10}$$

$$(6) (2\sqrt{3} - 2)^2 \quad 16 - 8\sqrt{3}$$

$$(2\sqrt{3} - 2)^2 = (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 2\sqrt{3} \times 2 + 2^2 = 12 - 8\sqrt{3} + 4 = 16 - 8\sqrt{3}$$

$$(7) (\sqrt{3} + \sqrt{6})(\sqrt{6} - \sqrt{3}) \quad 3$$

$$(\text{주어진 식}) = (\sqrt{6})^2 - (\sqrt{3})^2 = 6 - 3 = 3$$

$$(8) (\sqrt{2} + 5)(\sqrt{2} - 5) \quad -23$$

$$(9) (3\sqrt{3} + 2\sqrt{5})(3\sqrt{3} - 2\sqrt{5}) \quad 7$$

$$(\text{주어진 식}) = (3\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{5})^2 = 27 - 20 = 7$$

... 곱셈 공식을 이용한 분모의 유리화

곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 을 이용하여 분모를 유리화를 한다.

$$\begin{aligned} \rightarrow \frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} &= \frac{c \times (\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b}) \times (\sqrt{a}-\sqrt{b})} \\ &= \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b} \quad (\text{단, } a>0, b>0, a \neq b) \end{aligned}$$

02 다음 수의 분모를 유리화하시오.

$$\begin{aligned} (1) \frac{1}{2+\sqrt{5}} & \quad -2+\sqrt{5} \\ \frac{1}{2+\sqrt{5}} &= \frac{2-\sqrt{5}}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})} = -2+\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$(2) \frac{1}{1+\sqrt{2}} \quad -1+\sqrt{2}$$

$$(3) \frac{1}{3-\sqrt{3}} \quad \frac{3+\sqrt{3}}{6}$$

$$(4) \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} \quad \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$$

$$\begin{aligned} (5) \frac{2}{3+\sqrt{7}} & \quad 3-\sqrt{7} \\ \frac{2}{3+\sqrt{7}} &= \frac{2(3-\sqrt{7})}{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})} = \frac{2(3-\sqrt{7})}{9-7} = 3-\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$(6) \frac{2}{2-\sqrt{3}} \quad 4+2\sqrt{3}$$

$$(7) \frac{3}{\sqrt{10}-3} \quad 9+3\sqrt{10}$$

$$(8) \frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \quad 5\sqrt{3}+5\sqrt{2}$$

03 다음 수의 분모를 유리화하시오.

$$\begin{aligned} (1) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} & \quad 2-\sqrt{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} &= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = 2-\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$(2) \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \quad -3+2\sqrt{3}$$

$$(3) \frac{\sqrt{3}}{3-\sqrt{5}} \quad \frac{3\sqrt{3}+\sqrt{15}}{4}$$

$$(4) \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}} \quad 2\sqrt{15}+3\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} (5) \frac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} & \quad -9+4\sqrt{5} \\ \frac{2-\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} &= \frac{(2-\sqrt{5})^2}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})} = \frac{9-4\sqrt{5}}{4-5} = -9+4\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} & \quad 7+4\sqrt{3} \\ \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} &= \frac{(2+\sqrt{3})^2}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{7+4\sqrt{3}}{4-3} = 7+4\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7) \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} & \quad 13+2\sqrt{42} \\ \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} &= \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{6})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})(\sqrt{7}+\sqrt{6})} = \frac{13+2\sqrt{42}}{7-6} = 13+2\sqrt{42} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) \frac{4+2\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} & \quad 14+8\sqrt{3} \\ \frac{4+2\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} &= \frac{(4+2\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = \frac{14+8\sqrt{3}}{4-3} = 14+8\sqrt{3} \end{aligned}$$



05

곱셈 공식의 변형

1 다항식의 곱셈

① $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$, $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$

② $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$, $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

참고 ①, ②의 식에서 b 대신 $\frac{1}{a}$ 을 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

① $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2$, $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2$

② $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4$, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4$

... 두 수의 합(또는 차)과 곱이 주어진 경우 ...

① $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - \boxed{2ab} = (\boxed{a-b})^2 + \boxed{2ab}$

② $(a+b)^2 = (\boxed{a-b})^2 + 4ab$

$(a-b)^2 = (\boxed{a+b})^2 - \boxed{4ab}$

01 $x+y=3$, $xy=2$ 일 때, 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - \boxed{2}xy$
 $= 3^2 - 2 \times \boxed{2} = \boxed{5}$

(2) $(x-y)^2 = (x+y)^2 - \boxed{4}xy$
 $= 3^2 - 4 \times \boxed{2} = \boxed{1}$

02 다음을 구하시오.

(1) $a+b=10$, $ab=5$ 일 때, a^2+b^2 의 값 **90**
 $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 100 - 10 = 90$

(2) $a+b=\frac{2}{3}$, $ab=\frac{1}{12}$ 일 때, a^2+b^2 의 값 $\frac{5}{18}$
 $(a+b)^2 = (a+b)^2 - 2ab = \frac{4}{9} - \frac{1}{6} = \frac{5}{18}$

(3) $a-b=6$, $ab=7$ 일 때, a^2+b^2 의 값 **50**
 $a^2+b^2 = (a-b)^2 + 2ab = 36 + 14 = 50$

(4) $a-b=-1$, $ab=6$ 일 때, a^2+b^2 의 값 **13**
 $a^2+b^2 = (a-b)^2 + 2ab = 1 + 12 = 13$

(5) $a+b=5$, $ab=3$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값 **13**
 $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 25 - 12 = 13$

(6) $a+b=-5$, $ab=6$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값 **1**
 $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 25 - 24 = 1$

(7) $a-b=-4$, $ab=-3$ 일 때, $(a+b)^2$ 의 값 **4**
 $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab = 16 - 12 = 4$

(8) $a-b=2$, $ab=\frac{5}{9}$ 일 때, $(a+b)^2$ 의 값 $\frac{56}{9}$
 $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab = 4 + \frac{20}{9} = \frac{56}{9}$

... 곱이 1인 두 수의 합(또는 차)이 주어진 경우 ...

$$\textcircled{1} a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - \boxed{2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + \boxed{2}$$

$$\textcircled{2} \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + \boxed{4}$$

$$\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - \boxed{4}$$

03 $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, 다음 $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$$(1) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \boxed{2} = \boxed{3}^2 - 2 = \boxed{7}$$

$$(2) \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \boxed{4} = \boxed{3}^2 - 4 = \boxed{5}$$

04 다음을 구하시오.

$$(1) a + \frac{1}{a} = 5 \text{일 때, } a^2 + \frac{1}{a^2} \text{의 값 } \mathbf{23}$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

$$(2) a + \frac{1}{a} = 7 \text{일 때, } a^2 + \frac{1}{a^2} \text{의 값 } \mathbf{47}$$

$$(3) a + \frac{1}{a} = -\frac{5}{2} \text{일 때, } a^2 + \frac{1}{a^2} \text{의 값 } \mathbf{\frac{17}{4}}$$

$$(4) a + \frac{1}{a} = -4 \text{일 때, } a^2 + \frac{1}{a^2} \text{의 값 } \mathbf{14}$$

$$(5) a - \frac{1}{a} = 3 \text{일 때, } a^2 + \frac{1}{a^2} \text{의 값 } \mathbf{11}$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 = 9 + 2 = 11$$

$$(6) a - \frac{1}{a} = 5 \text{일 때, } a^2 + \frac{1}{a^2} \text{의 값 } \mathbf{27}$$

$$(7) a - \frac{1}{a} = 8 \text{일 때, } a^2 + \frac{1}{a^2} \text{의 값 } \mathbf{66}$$

$$(8) a + \frac{1}{a} = 3 \text{일 때, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 \text{의 값 } \mathbf{5}$$

$$\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4 = 9 - 4 = 5$$

$$(9) a + \frac{1}{a} = -7 \text{일 때, } \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 \text{의 값 } \mathbf{45}$$

$$(10) a - \frac{1}{a} = 4 \text{일 때, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 \text{의 값 } \mathbf{20}$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 = 16 + 4 = 20$$

$$(11) a - \frac{1}{a} = -8 \text{일 때, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 \text{의 값 } \mathbf{68}$$

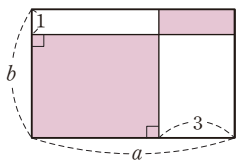


내신 도전

- 01 $(x+2y-3)(2x-3y)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 a , xy 의 계수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. 3

x^2 항이 나오는 부분만 전개하면 $x \times 2x = 2x^2 \quad \therefore a=2$
 xy 항이 나오는 부분만 전개하면 $x \times (-3y) + 2y \times 2x = xy \quad \therefore b=1$
 $\therefore a+b=2+1=3$

- 02 오른쪽 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $ab-a-3b$
 ② $ab-a-3b+3$
 ✓ ③ $ab-a-3b+6$
 ④ $ab-3a-b+3$
 ⑤ $ab-3a-b+6$

(색칠한 부분의 넓이) $= (a-3)(b-1) + 3 \times 1$
 $= ab - a - 3b + 3 + 3$
 $= ab - a - 3b + 6$

- 03 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $(x+3)(x-3) = x^2 - 9$
 ✓ ② $(-2+x)(-2-x) = x^2 - 4$
 ③ $(-2x+5)(2x+5) = -4x^2 + 25$
 ④ $(-a-b)(a-b) = b^2 - a^2$
 ⑤ $\left(b + \frac{1}{2}\right)\left(b - \frac{1}{2}\right) = b^2 - \frac{1}{4}$
 ② $(-2+x)(-2-x) = 4 - x^2$

- 04 다음 $\square$ 안에 알맞은 수는?

$$(a-2)(a+2)(a^2+4) = a^{\square} - 16$$

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ✓ ④ 4 ⑤ 5

$$(a-2)(a+2)(a^2+4) = (a^2-4)(a^2+4) = a^4 - 16$$

- 05 다음 보기에서 $(a-b)^2$ 와 전개식이 같은 것을 고르시오.

보기

- ㄱ. $-(a+b)^2$ ㄴ. $(-a+b)^2$
 ㄷ. $-(-a+b)^2$ ㄹ. $(-a-b)^2$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

ㄱ. $-(a+b)^2 = -a^2 - 2ab - b^2$
 ㄴ. $(-a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ㄷ. $-(-a+b)^2 = -a^2 + 2ab - b^2$
 ㄹ. $(-a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

- 06 다음 중 전개하였을 때, x 의 계수가 가장 작은 것은?

- ① $(-x+3)^2$ ② $(4x-1)^2$
 ③ $(-x+4)(-x-6)$ ④ $(4-3x)(x+2)$
 ✓ ⑤ $(2x-5)(3x+1)$

x 의 계수를 각각 구하면

- ① -6 ② -8 ③ 2 ④ -2 ⑤ -13

07 곱셈 공식을 이용하여 84×96 을 계산하려고 할 때, 어떤 곱셈 공식을 이용하는 것이 가장 편리한가?

- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 ② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ✓ ③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 ④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
 ⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$
 $84 \times 96 = (90-6)(90+6) = 90^2 - 6^2 = 8064$

08 $\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} + \frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} = a+b\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ① -20 ② -10 ③ 0
 ✓ ④ 10 ⑤ 20
 (주어진 식) $= \frac{(3+2\sqrt{2})^2}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} + \frac{(2-\sqrt{2})^2}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$
 $= \frac{17+12\sqrt{2}}{9-8} + \frac{6-4\sqrt{2}}{4-2}$
 $= 17+12\sqrt{2} + 3-2\sqrt{2}$
 $= 20+10\sqrt{2}$
 따라서 $a=20, b=10$ 이므로 $a-b=20-10=10$

09 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{2026 \times 2034 + 16}{2030}$ 을 계산하시오.

$$\frac{2026 \times 2034 + 16}{2030} = \frac{(2030-4)(2030+4) + 16}{2030} = \frac{2030^2}{2030} = 2030$$

10 $(5\sqrt{3}+4)(2\sqrt{3}-1) = a+b\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

- ✓ ① 23 ② 24 ③ 25
 ④ 26 ⑤ 27
 $(5\sqrt{3}+4)(2\sqrt{3}-1) = 5\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} + (-5+8)\sqrt{3} - 4 = 26 + 3\sqrt{3}$
 따라서 $a=26, b=3$ 이므로 $a-b=26-3=23$

11 $x-y=3, xy=2$ 일 때, $(x+y)^2$ 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11
 ④ 13 ✓ ⑤ 17
 $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy = 3^2 + 4 \times 2 = 17$

12 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6, y + \frac{1}{y} = 4$ 일 때, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 \left(y - \frac{1}{y}\right)^2$ 의 값은?

- ① 70 ② 76 ③ 84
 ✓ ④ 96 ⑤ 108
 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 6 + 2 = 8$
 $\left(y - \frac{1}{y}\right)^2 = \left(y + \frac{1}{y}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$
 $\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 \left(y - \frac{1}{y}\right)^2 = 8 \times 12 = 96$



06

인수와 인수분해

2 인수분해

(1) 인수: 하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타낼 때, 각각의 식을 처음 다항식의 인수라 한다.

예 x^2+3x+2 의 인수는 $x+1$, $x+2$, $(x+1)(x+2)$

(2) 인수분해: 하나의 다항식을 두 개 이상의 인수의 곱으로 나타내는 것

(3) 공통인 인수를 이용한 인수분해: 다항식의 각 항에 공통인 인수가 있을 때는 분배법칙을 이용하여 공통인 인수를 묶어 내어 인수분해한다.

예 $ax+2ay$ 를 인수분해하기 위해 공통인 인수를 묶어 내면 $ax+2ay=a(x+2y)$

$$x^2+3x+2 \xrightarrow[\text{전개}]{\text{인수분해}} (x+1)(x+2)$$

$$ma+mb=m(a+b)$$

공통인 인수로 묶어 낸다.

인수와 인수분해

(1) **인수**: 하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타낼 때, 각각의 식

(2) **인수분해**: 하나의 다항식을 두 개 이상의 인수의 곱으로 나타내는 것

01 다음 식의 인수를 모두 찾아 ○표 하시오.

(1) $x(x-2y)$

x $-2y$ $x-2y$ $x(x-2y)$

(2) $ab(x-y)$

a b ab $x-y$ abx

(3) $(x+2y)(x+3y)$

x $3y$ $x+2y$ $x+3y$ $x(x+2y)$

02 다음 식은 어떤 다항식을 인수분해한 것인지 구하십시오.

(1) $a(x+2)$ $ax+2a$

(2) $(x+2)^2$ x^2+4x+4

(3) $(x-4)^2$ $x^2-8x+16$

(4) $(x+2)(x-2)$ x^2-4

(5) $(x+2)(x-1)$ x^2+x-2

(6) $(2x-1)(3x+2)$ $6x^2+x-2$

공통인 인수를 이용한 인수분해

다항식의 각 항에 공통인 인수가 있을 때는 **분배법칙**을 이용하여 공통인 인수를 묶어 내어 인수분해한다.

예 $ax - ay$ 에서 공통인 인수는 a 이므로

$$ax - ay = a(x - y)$$

03 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $ax + bx$ $x(a + b)$

(주어진 식) $= a \times x + b \times x = x(a + b)$

(2) $ma - na$ $a(m - n)$

(3) $2x + 2xy$ $2x(1 + y)$

(4) $5xy - 4yz$ $y(5x - 4z)$

(5) $3x^2y - 2xy^2$ $xy(3x - 2y)$

(주어진 식) $= 3x \times xy - 2y \times xy$
 $= xy(3x - 2y)$

(6) $ab + ac - ad$ $a(b + c - d)$

(7) $a^2b + b^2c + ab^2$ $b(a^2 + bc + ab)$

(8) $3x^2 - 9xy + 6x$ $3x(x - 3y + 2)$

(주어진 식) $= 3x \times x + 3x \times (-3y) + 3x \times 2$
 $= 3x(x - 3y + 2)$

04 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $(a + 1)x + (a + 1)y$ $(a + 1)(x + y)$

(2) $x(b - 2) + (b - 2)$ $(b - 2)(x + 1)$

(3) $2(a + 3) - (a + 3)y$ $(a + 3)(2 - y)$

(4) $y(a - 2) + 2 - a$ $(a - 2)(y - 1)$

(주어진 식) $= y(a - 2) - (a - 2)$
 $= (a - 2)(y - 1)$

(5) $x(x + 1) + (x - 1)(x + 1)$ $(x + 1)(2x - 1)$

(주어진 식) $= (x + 1)(x + x - 1)$
 $= (x + 1)(2x - 1)$

(6) $3(a - 3b) + (1 - x)(a - 3b)$ $(a - 3b)(4 - x)$

(7) $x(2a - b) + 2y(b - 2a)$ $(2a - b)(x - 2y)$

(주어진 식) $= x(2a - b) - 2y(2a - b)$
 $= (2a - b)(x - 2y)$

(8) $(x - y)(a - 2b) + (x + 2y)(2b - a)$ $-3y(a - 2b)$

(주어진 식) $= (x - y)(a - 2b) - (x + 2y)(a - 2b)$
 $= (a - 2b)(x - y - x - 2y)$
 $= (a - 2b)(-3y)$
 $= -3y(a - 2b)$



07

인수분해 공식(1) — 완전제곱식

2 인수분해

(1) 완전제곱식: 다항식의 제곱으로 이루어진 식 또는 이 식에 상수를 곱한 식

예 $(x+1)^2, 2(a-b)^2$

(2) 완전제곱식을 이용한 인수분해

① $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

예 $x^2+2x+1=x^2+2 \times x \times 1+1^2=(x+1)^2$

② $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

예 $x^2-4x+4=x^2-2 \times x \times 2+2^2=(x-2)^2$

$$\begin{aligned} a^2+2ab+b^2 &= (a+b)^2 \\ a^2-2ab+b^2 &= (a-b)^2 \end{aligned}$$

곱의 2배 곱의 2배

... $a^2+2ab+b^2$ 의 인수분해 ...

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

01 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^2+10x+25$

$$=x^2+2 \times x \times 5+5^2$$

$$=(x+5)^2$$

(2) $x^2+12x+36$ $(x+6)^2$

(3) $x^2+18x+81$ $(x+9)^2$

(4) $x^2+2xy+y^2$ $(x+y)^2$

(5) $x^2+6xy+9y^2$ $(x+3y)^2$

(주어진 식) $=x^2+2 \times x \times 3y+(3y)^2=(x+3y)^2$

(6) $x^2+14xy+49y^2$ $(x+7y)^2$

02 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $4a^2+20a+25=(2a)^2+2 \times 2a \times 5+5^2$
 $= (2a+5)^2$

(2) $16x^2+8x+1$ $(4x+1)^2$

(3) $25x^2+20xy+4y^2$ $(5x+2y)^2$

(4) $4x^2+x+\frac{1}{16}$ $\left(2x+\frac{1}{4}\right)^2$
 (주어진 식) $= (2x)^2+2 \times 2x \times \frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2=\left(2x+\frac{1}{4}\right)^2$

(5) $\frac{1}{4}x^2+x+1$ $\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2$

(6) $\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{3}xy+\frac{1}{4}y^2$ $\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y\right)^2$
 (주어진 식) $=\left(\frac{1}{3}x\right)^2+2 \times \frac{1}{3}x \times \frac{1}{2}y+\left(\frac{1}{2}y\right)^2$
 $=\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y\right)^2$

... $a^2 - 2ab + b^2$ 의 인수분해

$$a^2 - 2ab + b^2 = (\boxed{a-b})^2$$

03 다음 식을 인수분해하시오.

$$(1) x^2 - 6x + 9 \quad (x-3)^2$$

$$x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x-3)^2$$

$$(2) x^2 - 8x + 16 \quad (x-4)^2$$

$$(3) x^2 - 10x + 25 \quad (x-5)^2$$

$$(4) x^2 - 14x + 49 \quad (x-7)^2$$

$$(5) x^2 - 4xy + 4y^2 \quad (x-2y)^2$$

$$(주어진 식) = x^2 - 2 \times x \times 2y + (2y)^2$$

$$= (x-2y)^2$$

$$(6) x^2 - 12xy + 36y^2 \quad (x-6y)^2$$

$$(7) x^2 - 18xy + 81y^2 \quad (x-9y)^2$$

$$(8) x^2 - 20xy + 100y^2 \quad (x-10y)^2$$

04 다음 식을 인수분해하시오.

$$(1) 9x^2 - 6x + 1 \quad (3x-1)^2$$

$$(주어진 식) = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = (3x-1)^2$$

$$(2) 36x^2 - 12x + 1 \quad (6x-1)^2$$

$$(3) 25x^2 - 30xy + 9y^2 \quad (5x-3y)^2$$

$$(4) x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} \quad \left(x - \frac{2}{3}\right)^2$$

$$(주어진 식) = x^2 - 2 \times x \times \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= \left(x - \frac{2}{3}\right)^2$$

$$(5) x^2 - 3x + \frac{9}{4} \quad \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$$

$$(6) x^2 - \frac{1}{2}xy + \frac{1}{16}y^2 \quad \left(x - \frac{1}{4}y\right)^2$$

$$(7) \frac{9}{25}x^2 - \frac{6}{5}xy + y^2 \quad \left(\frac{3}{5}x - y\right)^2$$

$$(8) \frac{16}{9}x^2 - \frac{16}{3}xy + 4y^2 \quad \left(\frac{4}{3}x - 2y\right)^2$$

$$(주어진 식) = \left(\frac{4}{3}x\right)^2 - 2 \times \frac{4}{3}x \times 2y + (2y)^2$$

$$= \left(\frac{4}{3}x - 2y\right)^2$$



개념
08

완전제곱식이 되기 위한 조건

2 인수분해

x^2+ax+b 가 완전제곱식이 될 조건

① b 의 조건: $x^2+2 \times x \times \frac{a}{2}+b=x^2+ax+\left(\frac{a}{2}\right)^2=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2 \rightarrow b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

예 $x^2+6x+\square \rightarrow \square=3^2=9$
 $2 \times x \times 3$ ↑ 제공

② a 의 조건: $x^2+ax+b=x^2+2 \times x \times (\pm\sqrt{b})+(\pm\sqrt{b})^2=(x\pm\sqrt{b})^2 \rightarrow a=\pm 2\sqrt{b}$

예 $x^2+\square x+9 \rightarrow \square=2 \times (\pm 3)=\pm 6$
 2배 ↑ $(\pm 3)^2$

... x^2+ax+b 가 완전제곱식이 될 조건 ...

(1) 상수항이 x 의 계수의 $\frac{1}{2}$ 의 제곱이어야 한다.

$\rightarrow b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

(2) x 의 계수가 상수항의 제곱근의 2배이어야 한다.

$\rightarrow a=\pm 2\sqrt{b}$

01 다음 식이 완전제곱식이 되도록 $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $x^2+6x+\square$

(2) $x^2+10x+\square$

(3) $x^2+12xy+\square y^2$

(4) $x^2-4x+\square$

(5) $x^2-8x+\square$

(6) $x^2-x+\square$

02 다음 식이 완전제곱식이 되도록 $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $x^2+\square x+1$

$1=(\pm 1)^2$ 이므로 $\square=2 \times (\pm 1)=\pm 2$

(2) $x^2+\square x+16$

$16=(\pm 4)^2$ 이므로 $\square=2 \times (\pm 4)=\pm 8$

(3) $x^2+\square x+25$

(4) $x^2+\square xy+9y^2$

(5) $x^2+\square xy+49y^2$

(6) $x^2+\square x+\frac{1}{9}$

$\frac{1}{9}=\left(\pm \frac{1}{3}\right)^2$ 이므로 $\square=2 \times \left(\pm \frac{1}{3}\right)=\pm \frac{2}{3}$

03 다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

(1) $4x^2 + 12x + \boxed{9}$

$12x = 2 \times 2x \times 3$ |므로 $\square = 3^2 = 9$

(2) $9x^2 + 12x + \boxed{4}$

$12x = 2 \times 3x \times 2$ |므로 $\square = 2^2 = 4$

(3) $16x^2 - 40xy + \boxed{25}y^2$

(4) $25x^2 - 30xy + \boxed{9}y^2$

(5) $25x^2 + \boxed{\pm 10}x + 1$

$\square = 2 \times 5 \times (\pm 1) = \pm 10$

(6) $36x^2 + \boxed{\pm 24}x + 4$

$\square = 2 \times 6 \times (\pm 2) = \pm 24$

(7) $4x^2 + \boxed{\pm 12}x + 9$

(8) $49x^2 + \boxed{\pm 28}xy + 4y^2$

(9) $\boxed{4}x^2 + 4x + 1$

$4x = 2 \times 2x \times 1$ |므로 $\square = 1^2 = 1$

(10) $\boxed{49}x^2 + 28x + 4$

$14x = 2 \times 7x \times 1$ |므로 $\square = 7^2 = 49$

(11) $\boxed{16}x^2 - 8xy + y^2$

$8xy = 2 \times 4x \times y$ |므로 $\square = 4^2 = 16$

(12) $\boxed{36}x^2 + 12xy + y^2$

$12xy = 2 \times 6x \times y$ |므로 $\square = 6^2 = 36$

04 다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 식을 써넣으시오.

(1) $4x^2 + 4xy + \boxed{y^2}$

$4xy = 2 \times 2x \times y$ |므로 $\square = y^2$

(2) $9x^2 - 12xy + \boxed{4y^2}$

$12xy = 2 \times 3x \times 2y$ |므로 $\square = (2y)^2 = 4y^2$

(3) $\boxed{x^2} - 2x + 1$

$2x = 2 \times x \times 1$ |므로 $\square = x^2$

(4) $\boxed{16x^2} - 16xy + 4y^2$

$16xy = 2 \times 4x \times 2y$ |므로 $\square = (4x)^2 = 16x^2$



인수분해 공식(2) — 제곱의 차

2 인수분해

$a^2 - b^2$ 의 인수분해

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

예 $x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$

$a^2 - b^2$ 의 인수분해

$$a^2 - b^2 = (a + \boxed{b})(a - \boxed{b})$$

01 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^2 - 4 = x^2 - \boxed{2}^2 = (x + \boxed{2})(x - \boxed{2})$

(2) $x^2 - 16 \quad (x + 4)(x - 4)$

(3) $x^2 - 49 \quad (x + 7)(x - 7)$

(4) $x^2 - 64 \quad (x + 8)(x - 8)$

(5) $x^2 - 9y^2 \quad (x + 3y)(x - 3y)$

$x^2 - 9y^2 = x^2 - (3y)^2 = (x + 3y)(x - 3y)$

(6) $x^2 - 25y^2 \quad (x + 5y)(x - 5y)$

(7) $x^2 - 36y^2 \quad (x + 6y)(x - 6y)$

(8) $x^2 - 81y^2 \quad (x + 9y)(x - 9y)$

02 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $9x^2 - 1 \quad (3x + 1)(3x - 1)$

$9x^2 - 1 = (3x)^2 - 1^2 = (3x + 1)(3x - 1)$

(2) $16x^2 - 1 \quad (4x + 1)(4x - 1)$

(3) $25x^2 - 1 \quad (5x + 1)(5x - 1)$

(4) $49x^2 - 1 \quad (7x + 1)(7x - 1)$

(5) $36x^2 - y^2 \quad (6x + y)(6x - y)$

(6) $64x^2 - y^2 \quad (8x + y)(8x - y)$

(7) $81x^2 - y^2 \quad (9x + y)(9x - y)$

(8) $100x^2 - y^2 \quad (10x + y)(10x - y)$

03 다음 식을 인수분해하시오.

$$(1) 4x^2 - 25 = (\boxed{2x})^2 - \boxed{5}^2$$

$$= (\boxed{2}x + \boxed{5})(\boxed{2}x - \boxed{5})$$

$$(2) 9x^2 - 64 \quad (3x+8)(3x-8)$$

$$9x^2 - 64 = (3x)^2 - 8^2 = (3x+8)(3x-8)$$

$$(3) 25x^2 - 36 \quad (5x+6)(5x-6)$$

$$(4) 81x^2 - 25 \quad (9x+5)(9x-5)$$

$$(5) 4x^2 - 49y^2 \quad (2x+7y)(2x-7y)$$

$$4x^2 - 49y^2 = (2x)^2 - (7y)^2 = (2x+7y)(2x-7y)$$

$$(6) 16x^2 - 9y^2 \quad (4x+3y)(4x-3y)$$

$$(7) 25x^2 - 16y^2 \quad (5x+4y)(5x-4y)$$

$$(8) 64x^2 - 25y^2 \quad (8x+5y)(8x-5y)$$

04 다음 식을 인수분해하시오.

$$(1) \frac{1}{9}x^2 - 4 \quad \left(\frac{1}{3}x+2\right)\left(\frac{1}{3}x-2\right)$$

$$(2) \frac{1}{16}x^2 - 9 \quad \left(\frac{1}{4}x+3\right)\left(\frac{1}{4}x-3\right)$$

$$(3) \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9} \quad \left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}\right)$$

$$(4) \frac{1}{25}x^2 - \frac{1}{4} \quad \left(\frac{1}{5}x+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{5}x-\frac{1}{2}\right)$$

$$(5) \frac{9}{4}x^2 - 25y^2 \quad \left(\frac{3}{2}x+5y\right)\left(\frac{3}{2}x-5y\right)$$

$$(6) \frac{4}{9}x^2 - \frac{25}{16}y^2 \quad \left(\frac{2}{3}x+\frac{5}{4}y\right)\left(\frac{2}{3}x-\frac{5}{4}y\right)$$

$$(7) 0.01x^2 - 0.04y^2 \quad (0.1x+0.2y)(0.1x-0.2y)$$

$$0.01x^2 - 0.04y^2 = (0.1x)^2 - (0.2y)^2 = (0.1x+0.2y)(0.1x-0.2y)$$

$$(8) 0.16x^2 - 0.25y^2 \quad (0.4x+0.5y)(0.4x-0.5y)$$



10

인수분해 공식(3) - x^2 의 계수가 1인 이차식

2 인수분해

$x^2 + (a+b)x + ab$ 꼴의 인수분해

- 1 곱이 ab 가 되는 두 정수를 찾는다.
- 2 ①에서 찾은 두 정수 중 그 합이 x 의 계수 $a+b$ 가 되는 두 정수 a, b 를 찾는다.
- 3 $(x+a)(x+b)$ 로 나타낸다.

$$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$$

... 합과 곱이 주어졌을 때, 두 정수 구하기 ...

곱이 4, 합이 5인 두 정수

→ 곱이 4인 두 정수: (1, 4), (2, 2), (-1, -4),

(-2, -2)

→ 합이 5인 두 정수: 1, 4

01 다음을 구하시오.

(1) 곱이 3, 합이 4인 두 정수 1, 3

곱이 3인 두 정수: (1, 3), (-1, -3)

합이 4인 두 정수: 1, 3

(2) 곱이 6, 합이 5인 두 정수 2, 3

(3) 곱이 -6, 합이 1인 두 정수 -2, 3

(4) 곱이 -10, 합이 3인 두 정수 -2, 5

(5) 곱이 -6, 합이 -1인 두 정수 -3, 2

곱이 -6인 두 정수: (-1, 6), (-2, 3), (-3, 2), (-6, 1)

합이 -1인 두 정수: -3, 2

(6) 곱이 -15, 합이 -2인 두 정수 -5, 3

(7) 곱이 6, 합이 -7인 두 정수 -1, -6

(8) 곱이 8, 합이 -6인 두 정수 -2, -4

... $x^2 + (a+b)x + ab$ 꼴의 인수분해 ...

$x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$

02 다음은 주어진 식을 인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) $x^2 + 7x + 10 = (x+2)(x+ \square)$

(2) $x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x- \square)$

(3) $x^2 - 3x - 4 = (x+ \square)(x-4)$

03 다음 식을 인수분해하시오.

(1) x^2+5x+4 $(x+1)(x+4)$

곱이 4이고 합이 5인 두 정수는 1, 4이므로

$x^2+5x+4=(x+1)(x+4)$

(2) $x^2+8x+12$ $(x+2)(x+6)$

(3) x^2+x-6 $(x+3)(x-2)$

(4) $x^2+3x-40$ $(x+8)(x-5)$

(5) x^2-x-2 $(x+1)(x-2)$

(6) $x^2-4x-21$ $(x+3)(x-7)$

(7) x^2-5x+4 $(x-1)(x-4)$

(8) $x^2-9x+18$ $(x-3)(x-6)$

04 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $x^2+7xy+12y^2$ $(x+3y)(x+4y)$

곱이 $12y^2$ 이고 합이 $7y$ 인 두 식은 $3y, 4y$ 이므로

$x^2+7xy+12y^2=(x+3y)(x+4y)$

(2) $x^2+12xy+27y^2$ $(x+3y)(x+9y)$

(3) $x^2+2xy-3y^2$ $(x+3y)(x-y)$

(4) $x^2+4xy-12y^2$ $(x+6y)(x-2y)$

(5) $x^2-5xy-24y^2$ $(x+3y)(x-8y)$

(6) $x^2-xy-56y^2$ $(x+7y)(x-8y)$

(7) $x^2-11xy+28y^2$ $(x-4y)(x-7y)$

(8) $x^2-12xy+35y^2$ $(x-5y)(x-7y)$



11

인수분해 공식(4) - x^2 의 계수가 1이 아닌 이차식

2 인수분해

$acx^2 + (ad+bc)x + bd$ 꼴의 인수분해

- ① 곱이 acx^2 이 되는 두 식을 찾는다.
- ② 곱이 상수항 bd 가 되는 두 정수를 찾는다.
- ③ 대각선 방향으로 곱하여 더한 것이 $(ad+bc)x$ 가 되는 것을 찾는다.
- ④ $(ax+b)(cx+d)$ 로 나타낸다.

$$acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$$

... $acx^2 + (ad+bc)x + bd$ 꼴의 인수분해 ...

$$acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$$

01 다음은 주어진 식을 인수분해하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$$(1) 2x^2 + 5x + 3 = (x+1)(2x + \boxed{3})$$

$$(2) 2x^2 + x - 3 = (x-1)(2x + \boxed{3})$$

$$(3) 6x^2 - 5x - 6 = (2x-3)(3x + \boxed{2})$$

$$(4) 3x^2 + 10xy + 8y^2 = (x + \boxed{2y})(3x + 4y)$$

$$(5) 2x^2 - 11xy + 15y^2 = (x - \boxed{3y})(2x - 5y)$$

02 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $2x^2+3x+1$ $(x+1)(2x+1)$

$$\begin{array}{rcl} x & \times & 1 \rightarrow 2x \\ 2x & \times & 1 \rightarrow +) \underline{x} \\ & & 3x \end{array}$$

$2x^2+3x+1=(x+1)(2x+1)$

(2) $5x^2+17x+6$ $(x+3)(5x+2)$

(3) $4x^2+8x-5$ $(2x+5)(2x-1)$

$$\begin{array}{rcl} 2x & \times & 5 \rightarrow 10x \\ 2x & \times & -1 \rightarrow +) \underline{-2x} \\ & & 8x \end{array}$$

$4x^2+8x-5=(2x+5)(2x-1)$

(4) $6x^2+x-12$ $(2x+3)(3x-4)$

(5) $2x^2-x-6$ $(x-2)(2x+3)$

$$\begin{array}{rcl} x & \times & -2 \rightarrow -4x \\ 2x & \times & 3 \rightarrow +) \underline{3x} \\ & & -x \end{array}$$

$2x^2-x-6=(x-2)(2x+3)$

(6) $9x^2-6x-8$ $(3x+2)(3x-4)$

(7) $3x^2-11x+6$ $(x-3)(3x-2)$

$$\begin{array}{rcl} x & \times & -3 \rightarrow -9x \\ 3x & \times & -2 \rightarrow +) \underline{-2x} \\ & & -11x \end{array}$$

$3x^2-11x+6=(x-3)(3x-2)$

(8) $6x^2-17x+12$ $(2x-3)(3x-4)$

03 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $6x^2+7xy+2y^2$ $(2x+y)(3x+2y)$

$$\begin{array}{rcl} 2x & \times & y \rightarrow 3xy \\ 3x & \times & 2y \rightarrow +) \underline{4xy} \\ & & 7xy \end{array}$$

$6x^2+7xy+2y^2=(2x+y)(3x+2y)$

(2) $9x^2+18xy+8y^2$ $(3x+2y)(3x+4y)$

(3) $6x^2+11xy-10y^2$ $(2x+5y)(3x-2y)$

(4) $8x^2+10xy-3y^2$ $(2x+3y)(4x-y)$

$$\begin{array}{rcl} 2x & \times & 3y \rightarrow 12xy \\ 4x & \times & -y \rightarrow +) \underline{-2xy} \\ & & 10xy \end{array}$$

$8x^2+10xy-3y^2=(2x+3y)(4x-y)$

(5) $3x^2-2xy-y^2$ $(x-y)(3x+y)$

$$\begin{array}{rcl} x & \times & -y \rightarrow -3xy \\ 3x & \times & y \rightarrow +) \underline{xy} \\ & & -2xy \end{array}$$

$3x^2-2xy-y^2=(x-y)(3x+y)$

(6) $15x^2-xy-6y^2$ $(3x-2y)(5x+3y)$

(7) $12x^2-11xy+2y^2$ $(3x-2y)(4x-y)$

$$\begin{array}{rcl} 3x & \times & -2y \rightarrow -8xy \\ 4x & \times & -y \rightarrow +) \underline{-3xy} \\ & & -11xy \end{array}$$

$12x^2-11xy+2y^2=(3x-2y)(4x-y)$

(8) $10x^2-11xy+3y^2$ $(2x-y)(5x-3y)$



12

복잡한 식의 인수분해

2 인수분해

(1) 공통인 인수가 있는 경우: 공통인 인수로 묶은 다음 인수분해 공식을 이용한다.

$$\text{예 } -x^2+3x-2 = -(x^2-3x+2) = -(x-1)(x-2)$$

$$ax^2-a = a(x^2-1) = a(x+1)(x-1)$$

(2) 공통인 식이 있는 경우: 공통인 식을 한 문자로 놓은 다음 인수분해 공식을 이용한다.

$$\text{예 } (x+1)^2+2(x+1)+1 \text{에서 } x+1=A \text{로 놓으면}$$

$$(x+1)^2+2(x+1)+1 = A^2+2A+1 = (A+1)^2 = (x+1+1)^2 = (x+2)^2$$

(3) 항이 4개인 경우

① 2개 항씩 맞춘 다음 공통인 인수를 찾는다.

$$\text{예 } xy+x+y+1 = x(y+1) + (y+1) = (x+1)(y+1)$$

② 완전제곱식을 찾아 A^2-B^2 의 꼴로 변형한 후 제곱의 합·차 공식을 이용한다.

$$\text{예 } x^2-2xy+y^2-4 = (x^2-2xy+y^2)-4 = (x-y)^2-2^2 = (x-y+2)(x-y-2)$$

공통인 인수가 있는 식의 인수분해

공통인 인수로 묶은 다음 인수분해한다.

$$\text{① } ax^2+2ax+a = a(x^2+2x+1) = a(x+1)^2$$

$$\begin{aligned} \text{② } x^3+2x^2-3x &= x(x^2+2x-3) \\ &= x(x+3)(x-1) \end{aligned}$$

01 다음 식을 인수분해하시오.

$$\begin{aligned} \text{(1) } -x^2-4x-4 &= -(x+2)^2 \\ -x^2-4x-4 &= -(x^2+4x+4) = -(x+2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) } -x^2+6x-9 &= -(x-3)^2 \\ -x^2+6x-9 &= -(x^2-6x+9) = -(x-3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3) } 3x^2-27 &= 3(x+3)(x-3) \\ 3x^2-27 &= 3(x^2-9) = 3(x+3)(x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(4) } 2x^2+2x-12 &= 2(x-2)(x+3) \\ 2x^2+2x-12 &= 2(x^2+x-6) = 2(x-2)(x+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(5) } -4x^2+12xy-8y^2 &= -4(x-y)(x-2y) \\ -4x^2+12xy-8y^2 &= -4(x^2-3xy+2y^2) \\ &= -4(x-y)(x-2y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(6) } 6x^2+21xy+18y^2 &= 3(x+2y)(2x+3y) \\ 6x^2+21xy+18y^2 &= 3(2x^2+7xy+6y^2) \\ &= 3(x+2y)(2x+3y) \end{aligned}$$

02 다음 식을 인수분해하시오.

$$\begin{aligned} \text{(1) } x^3+2x^2+x &= x(x+1)^2 \\ x^3+2x^2+x &= x(x^2+2x+1) = x(x+1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) } x^3y+4x^2y+4xy &= xy(x+2)^2 \\ x^3y+4x^2y+4xy &= xy(x^2+4x+4) = xy(x+2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3) } 2x^2y-4xy+2y &= 2y(x-1)^2 \\ 2x^2y-4xy+2y &= 2y(x^2-2x+1) = 2y(x-1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(4) } x^3-9xy^2 &= x(x+3y)(x-3y) \\ x^3-9xy^2 &= x(x^2-9y^2) = x(x+3y)(x-3y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(5) } 3x^2y+9xy^2+6y^3 &= 3y(x+y)(x+2y) \\ 3x^2y+9xy^2+6y^3 &= 3y(x^2+3xy+2y^2) \\ &= 3y(x+y)(x+2y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(6) } 4x^3y-10x^2y^2+4xy^3 &= 2xy(x-2y)(2x-y) \\ 4x^3y-10x^2y^2+4xy^3 &= 2xy(2x^2-5xy+2y^2) \\ &= 2xy(x-2y)(2x-y) \end{aligned}$$

공통 부분이 있는 식의 인수분해

공통 부분을 한 문자로 놓고 인수분해한 후 원래의 식을 대입하여 정리한다.

$$\begin{aligned}
 & (x+1)^2 + 2(x+1) \\
 &= A^2 + \boxed{2}A \\
 &= A(A + \boxed{2}) \\
 &= (x+1)(x+1 + \boxed{2}) \\
 &= (x+1)(x + \boxed{3})
 \end{aligned}$$

$x+1=A$ 로 놓는다.
 인수분해한다.
 $A=x+1$ 을 대입한다.

03 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $(x-2)^2 + 2(x-2) + 1$ $(x-1)^2$

$x-2=A$ 로 놓으면

(주어진 식) $= A^2 + 2A + 1 = (A+1)^2$

$A=x-2$ 를 대입하면 $(x-2+1)^2 = (x-1)^2$

(2) $(x-y)^2 - (x-y) - 2$ $(x-y+1)(x-y-2)$

$x-y=A$ 로 놓으면

(주어진 식) $= A^2 - A - 2 = (A+1)(A-2)$

$= (x-y+1)(x-y-2)$

(3) $(2x+3)^2 - (x+1)^2$ $(3x+4)(x+2)$

$2x+3=A$, $x+1=B$ 로 놓으면

(주어진 식) $= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$

$= (2x+3+x+1)(2x+3-x-1)$

$= (3x+4)(x+2)$

(4) $(3x+2)^2 - (x-1)^2$ $(4x+1)(2x+3)$

$3x+2=A$, $x-1=B$ 로 놓으면

(주어진 식) $= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$

$= (3x+2+x-1)(3x+2-x+1)$

$= (4x+1)(2x+3)$

(5) $(x+y)(x+y-7) + 10$

$x+y=A$ 로 놓으면

$(x+y-2)(x+y-5)$

(주어진 식) $= A(A-7) + 10 = A^2 - 7A + 10$

$= (A-2)(A-5) = (x+y-2)(x+y-5)$

(6) $3(3x-2y)^2 + 10(3x-2y) + 8$

$3x-2y=A$ 로 놓으면

$(3x-2y+2)(9x-6y+4)$

(주어진 식) $= 3A^2 + 10A + 8 = (A+2)(3A+4)$

$= (3x-2y+2)(9x-6y+4)$

항이 4개인 식의 인수분해

① 2개의 항씩 맞추어 다음 **공통인 인수**를 찾는다.

② 완전제곱식을 찾아 $A^2 - B^2$ 의 꼴로 변형한 후 제곱의 합·차 공식을 이용한다.

04 다음 식을 인수분해하시오.

(1) $xy - 3x + 5y - 15$ $(x+5)(y-3)$

(주어진 식) $= x(y-3) + 5(y-3)$

$= (x+5)(y-3)$

(2) $x^2 - y^2 + 3x - 3y$ $(x-y)(x+y+3)$

(주어진 식) $= (x+y)(x-y) + 3(x-y)$

$= (x-y)(x+y+3)$

(3) $xy - 2y + x - 2$ $(x-2)(y+1)$

(주어진 식) $= xy + x - 2y - 2$

$= x(y+1) - 2(y+1) = (x-2)(y+1)$

(4) $6xy - 3x - 5z + 10yz$ $(3x+5z)(2y-1)$

(주어진 식) $= 3x(2y-1) + 5z(2y-1)$

$= (3x+5z)(2y-1)$

(5) $x^2 + 2x + 1 - y^2$ $(x+y+1)(x-y+1)$

(주어진 식) $= (x+1)^2 - y^2 = (x+1+y)(x+1-y)$

$= (x+y+1)(x-y+1)$

(6) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 9$ $(x+2y+3)(x+2y-3)$

(주어진 식) $= (x+2y)^2 - 3^2 = (x+2y+3)(x+2y-3)$

(7) $x^2 - y^2 - 4y - 4$ $(x+y+2)(x-y-2)$

(주어진 식) $= x^2 - (y^2 + 4y + 4)$

$= x^2 - (y+2)^2 = (x+y+2)(x-y-2)$

(8) $1 - 4a^2 - 4ab - b^2$ $(1+2a+b)(1-2a-b)$

(주어진 식) $= 1 - (4a^2 + 4ab + b^2) = 1^2 - (2a+b)^2$

$= (1+2a+b)(1-2a-b)$



13

인수분해 공식을 이용한 수의 계산과 식의 값

2 인수분해

(1) 수의 계산: 인수분해 공식을 이용하여 수의 모양을 바꾸어 계산하면 편리하다.

- 예
- $11 \times 23 + 11 \times 17 = 11(23 + 17) = 11 \times 40 = 440$
 - $27^2 + 2 \times 27 \times 3 + 3^2 = (27 + 3)^2 = 30^2 = 900$
 - $55^2 - 45^2 = (55 + 45)(55 - 45) = 100 \times 10 = 1000$

(2) 식의 값: 주어진 식을 인수분해한 후 문자의 값을 대입하여 식의 값을 계산하면 편리하다.

- 예 $x = 96$ 일 때, $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2 = (96 + 4)^2 = 100^2 = 10000$

... 수의 계산 - $ma + mb = m(a + b)$ 이용 ...

$$26 \times 43 + 26 \times 57 = \boxed{26} \times (43 + 57) = \boxed{26} \times 100 \\ = \boxed{2600}$$

01 인수분해 공식을 이용하여 다음을 계산하시오.

- (1) $27 \times 33 + 27 \times 67$ **2700**
 (주어진 식) $= 27 \times (33 + 67) = 27 \times 100 = 2700$

- (2) $117 \times 44 + 117 \times 56$ **11700**

- (3) $59 \times 123 + 41 \times 123$ **12300**

- (4) $14 \times 128 - 14 \times 28$ **1400**
 (주어진 식) $= 14 \times (128 - 28) = 14 \times 100 = 1400$

- (5) $98 \times 136 - 98 \times 36$ **9800**

- (6) $213 \times 39 - 113 \times 39$ **3900**

... 수의 계산 - 인수분해 공식 이용 ...

$$36^2 + 2 \times 36 \times 4 + 4^2 = (\boxed{36} + \boxed{4})^2 \\ = \boxed{40}^2 = \boxed{1600}$$

02 인수분해 공식을 이용하여 다음을 계산하시오.

- (1) $33^2 + 2 \times 33 \times 17 + 17^2$ **2500**
 (주어진 식) $= (33 + 17)^2 = 50^2 = 2500$

- (2) $48^2 + 2 \times 48 \times 12 + 12^2$ **3600**

- (3) $36^2 - 2 \times 36 \times 26 + 26^2$ **100**
 (주어진 식) $= (36 - 26)^2 = 10^2 = 100$

- (4) $51^2 - 2 \times 51 \times 21 + 21^2$ **900**

$$(5) 35^2 - 25^2 = (\boxed{35} + 25)(35 - \boxed{25}) \\ = \boxed{60} \times \boxed{10} \\ = \boxed{600}$$

- (6) $85^2 - 15^2$ **7000**

- (7) $37^2 - 63^2$ **-2600**

- (8) $8.2^2 - 1.8^2$ **64**

식의 값

$x=1+\sqrt{2}$, $y=1-\sqrt{2}$ 일 때 x^2-y^2 의 값

$$\begin{aligned}
 x^2-y^2 &\xrightarrow{\text{인수분해}} (x+y)(x-y) \\
 &\xrightarrow[\substack{x=1+\sqrt{2}, \\ y=1-\sqrt{2} \text{ 대입}}]{\substack{x=1+\sqrt{2}, \\ y=1-\sqrt{2} \text{ 대입}}} (1+\sqrt{2}+1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2}) \\
 &= 2 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

03 인수분해 공식을 이용하여 다음을 구하시오.

(1) $x=97$ 일 때, x^2+6x+9 의 값 **10000**

$$\begin{aligned}
 x^2+6x+9 &= (x+3)^2 = (97+3)^2 \\
 &= 10000
 \end{aligned}$$

(2) $x=4+\sqrt{5}$ 일 때, $x^2-8x+16$ 의 값 **5**

$$x^2-8x+16 = (x-4)^2 = (4+\sqrt{5}-4)^2 = 5$$

(3) $x=18$ 일 때, $x^2-6x-16$ 의 값 **200**

$$\begin{aligned}
 x^2-6x-16 &= (x-8)(x+2) \\
 &= (18-8)(18+2) = 200
 \end{aligned}$$

(4) $x=-2+\sqrt{2}$ 일 때, x^2+x-2 의 값 **$2-3\sqrt{2}$**

$$\begin{aligned}
 x^2+x-2 &= (x+2)(x-1) \\
 &= (-2+\sqrt{2}+2)(-2+\sqrt{2}-1) \\
 &= \sqrt{2}(\sqrt{2}-3) = 2-3\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

(5) $x=3+\sqrt{6}$, $y=3-\sqrt{6}$ 일 때, x^2-y^2 의 값 **$12\sqrt{6}$**

(6) $x=54$, $y=17$ 일 때, $x^2-4xy+4y^2$ 의 값 **400**

$$\begin{aligned}
 x^2-4xy+4y^2 &= (x-2y)^2 = (54-34)^2 \\
 &= 400
 \end{aligned}$$

(7) $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 일 때, $x^2+2xy+y^2$ 의 값 **12**

(8) $x=\frac{1}{\sqrt{10}-3}$, $y=\frac{1}{\sqrt{10}+3}$ 일 때, x^2y-xy^2 의 값 **6**

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{1}{\sqrt{10}-3}, y = \frac{1}{\sqrt{10}+3} \text{ 이므로} \\
 x^2y-xy^2 &= xy(x-y) = (\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3-\sqrt{10}+3) \\
 &= 6
 \end{aligned}$$

04 인수분해 공식을 이용하여 다음을 구하시오.

(1) $x+y=5$, $xy=4$ 일 때, x^2y+xy^2 의 값 **20**

$$x^2y+xy^2 = xy(x+y) = 4 \times 5 = 20$$

(2) $x+y=2$, $xy=-8$ 일 때, $x^3y+2x^2y^2+xy^3$ 의 값 **-32**

$$\begin{aligned}
 x^3y+2x^2y^2+xy^3 &= xy(x^2+2xy+y^2) \\
 &= xy(x+y)^2 \\
 &= -8 \times 4 = -32
 \end{aligned}$$

(3) $x-y=6$, $xy=-8$ 일 때, $2xy^2-2x^2y$ 의 값 **96**

$$2xy^2-2x^2y = 2xy(y-x) = 2 \times (-8) \times (-6) = 96$$

(4) $x+y=7$ 일 때, $x^2+2xy+y^2-36$ 의 값 **13**

$$x^2+2xy+y^2-36 = (x+y)^2-36 = 49-36 = 13$$

(5) $x+y=\sqrt{3}$, $x-y=\sqrt{2}$ 일 때, x^2-y^2 의 값 **$\sqrt{6}$**

$$x^2-y^2 = (x+y)(x-y) = \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$$

(6) $x+y=3+\sqrt{2}$, $x-y=3-\sqrt{2}$ 일 때,

$x^2+2x+1-y^2$ 의 값 **14**

$$\begin{aligned}
 x^2+2x+1-y^2 &= (x+1)^2-y^2 \\
 &= (x+y+1)(x-y+1) \\
 &= (4+\sqrt{2})(4-\sqrt{2}) \\
 &= 16-2 = 14
 \end{aligned}$$



내신 도전

01 다음 두 다항식의 공통인 인수?

$$4x^2 - 8x, x(y+1) - 2(y+1)$$

- ① $x-1$ ✓② $x-2$ ③ $2x-1$
 ④ $x+1$ ⑤ $x+2$

$$4x^2 - 8x = 4x(x-2)$$

$$x(y+1) - 2(y+1) = (x-2)(y+1)$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x-2$ 이다.

02 $a(x-2) - x + 2$ 를 인수분해하면?

- ① $a(x+2)$ ② $x(a-2)$
 ✓③ $(x-2)(a-1)$ ④ $(x-2)(a+1)$
 ⑤ $(x+2)(a-1)$

$$a(x-2) - x + 2 = a(x-2) - (x-2) \\ = (x-2)(a-1)$$

03 다음 중 완전제곱식으로 인수분해되지 않는 것은?

- ① $x^2 - 12x + 36$ ② $4a^2 + 28a + 49$
 ③ $x^2 + 2x + 1$ ④ $a^2 - \frac{2}{5}a + \frac{1}{25}$
 ✓⑤ $16x^2 + 24xy + 36y^2$
 ① $(x-6)^2$ ② $(2a+7)^2$ ③ $(x+1)^2$ ④ $\left(a - \frac{1}{5}\right)^2$

04 $(2x-1)(2x-3) + k$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 k 의 값을 구하시오. 1

$$(2x-1)(2x-3) + k = 4x^2 - 8x + 3 + k \\ = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 2 + 3 + k$$

$$\text{즉, } 3+k=2^2 \quad \therefore k=1$$

05 $9x^2 - 4$ 를 인수분해하면?

- ① $(3x+2)^2$ ② $(3x-2)^2$
 ✓③ $(3x+2)(3x-2)$ ④ $(3x+4)(3x-4)$
 ⑤ $(9x+2)(9x-2)$

$$9x^2 - 4 = (3x)^2 - 2^2 = (3x+2)(3x-2)$$

06 $x^2 + 5x - 14$ 가 x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수 분해될 때, 이 두 일차식의 합은?

- ① $2x-9$ ② $2x-5$ ✓③ $2x+5$
 ④ $2x+7$ ⑤ $2x+9$

$$x^2 + 5x - 14 = (x+7)(x-2) \text{이므로 두 일차식의 합은} \\ (x+7) + (x-2) = 2x+5$$

07 두 다항식 $2x^2-9x+4$, $6x^2+5x-4$ 의 공통인 인수는?

- ① $x-4$ ✓② $2x-1$ ③ $2x+1$
 ④ $3x-4$ ⑤ $3x+4$

$$2x^2-9x+4=(x-4)(2x-1)$$

$$6x^2+5x-4=(2x-1)(3x+4)$$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $2x-1$ 이다.

08 다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

- ① $x^2+2x-15=(x-3)(x+5)$
 ② $x^2-3xy-10y^2=(x+2y)(x-5y)$
 ③ $3x^2-10x-8=(x-4)(3x+2)$
 ④ $3x^2+xy-10y^2=(x+2y)(3x-5y)$
 ✓⑤ $12x^2-7x-12=(4x-3)(3x+4)$
 ⑥ $12x^2-7x-12=(4x+3)(3x-4)$

09 $(x+2)^2-8(x+2)+16=(x+a)^2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. **-2**

$x+2=A$ 로 놓으면

$$(x+2)^2-8(x+2)+16=A^2-8A+16=(A-4)^2$$

$$=(x-2)^2=(x+a)^2$$

$$\therefore a=-2$$

10 다음 중 $x^2y^2-x^2-y^2+1$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x-1$ ② $x+1$ ③ $y-1$
 ✓④ $xy-1$ ⑤ y^2-1

$$x^2y^2-x^2-y^2+1$$

$$=x^2(y^2-1)-(y^2-1)=(x^2-1)(y^2-1)$$

$$=(x+1)(x-1)(y+1)(y-1)$$

따라서 인수가 아닌 것은 ④ $xy-1$ 이다.

11 $x=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $y=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, x^2-y^2 의 값을 구하시오. **$-4\sqrt{2}$**

$$x=\sqrt{2}-1, y=\sqrt{2}+1 \text{ 이므로 } x+y=2\sqrt{2}, x-y=-2$$

$$\therefore x^2-y^2=(x+y)(x-y)=2\sqrt{2} \times (-2)=-4\sqrt{2}$$

12 인수분해 공식을 이용하여 $7.6^2+2 \times 7.6 \times 2.4+2.4^2$ 을 계산하면?

- ✓① 100 ② 150 ③ 200
 ④ 250 ⑤ 300

$$7.6^2+2 \times 7.6 \times 2.4+2.4^2=(7.6+2.4)^2=10^2=100$$



대단원 평가

01 $(4x-3y)^2$ 의 전개식에서 y^2 의 계수는?

- ① -12 ② -9 ③ 6
 ✓ ④ 9 ⑤ 12

$(4x-3y)^2=16x^2-24xy+9y^2$ 이므로
 y^2 의 계수는 9이다.

02 $(x+6)(x+a)=x^2+4x+b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 10 ② 8 ③ -10
 ④ -12 ✓ ⑤ -14

$$(x+6)(x+a)=x^2+(6+a)x+6a$$

$$=x^2+4x+b$$

이므로 $6+a=4, 6a=b$
 따라서 $a=-2, b=-12$ 이므로
 $a+b=-2+(-12)=-14$

03 곱셈 공식을 이용하여 995×1005 를 계산하려고 한다. 다음 중 가장 적당한 것은?

- ① $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$
 ② $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$
 ✓ ③ $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$
 ④ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
 ⑤ $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

$$995 \times 1005 = (1000-5)(1000+5)$$

$$=1000^2-5^2=999975$$

04 $(x-7)(x+8)=x^2+Ax+B$ 일 때, 상수 A, B 에 대하여 $A+B$ 의 값을 구하시오. -55

$$(x-7)(x+8)=x^2+x-56 \text{이므로 } A=1, B=-56$$

$$\therefore A+B=1+(-56)=-55$$

05 $(5x-2)(6x+1)$ 의 전개식에서 x 의 계수와 상수항의 합은?

- ✓ ① -9 ② -6 ③ -1
 ④ 3 ⑤ 6

$$(5x-2)(6x+1)=30x^2-7x-2 \text{이므로}$$

$$x \text{의 계수는 } -7, \text{ 상수항은 } -2 \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } x \text{의 계수와 상수항의 합은 } -7+(-2)=-9$$

06 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $(x+3y)^2=x^2+6xy+9y^2$
 ② $(3x-2)^2=9x^2-12x+4$
 ③ $(4x-1)(4x+1)=16x^2-1$
 ✓ ④ $(x-9)(x+5)=x^2+4x-45$
 ⑤ $(3x-2)(4x+5)=12x^2+7x-10$
 ④ $(x-9)(x+5)=x^2+(-9+5)x-9 \times 5$
 $=x^2-4x-45$

07 $x+y=3$, $xy=2$ 일 때, $(x-y)^2$ 의 값은?

① -2 ② -1 ✓③ 1

④ 2 ⑤ 3

$$(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = 3^2 - 4 \times 2 = 9 - 8 = 1$$

08 $(ax-4)(2x-3)=6x^2-bx+12$ 일 때, 상수 a , b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

① -20 ✓② -14 ③ 14

④ 20 ⑤ 30

$$(ax-4)(2x-3) = 2ax^2 - (3a+8)x + 12 \\ = 6x^2 - bx + 12$$

$$\text{이므로 } 2a=6, 3a+8=b$$

$$\text{따라서 } a=3, b=17 \text{이므로 } a-b=3-17=-14$$

09 $xy(a-b)+x(a-b)$ 를 인수분해하면?

① $2xy(a-b)$ ✓② $x(y+1)(a-b)$

③ $(xy+1)(a-b)$ ④ $x(y-1)(a-b)$

⑤ $y(x+1)(a-b)$

$$xy(a-b)+x(a-b) = (xy+x)(a-b) \\ = x(y+1)(a-b)$$

10 $\frac{1}{4}x^2+10x+\square$ 가 완전제곱식이 될 때, $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 36 ② 64 ✓③ 100

④ 144 ⑤ 196

$$10x = 2 \times \frac{1}{2}x \times 10 \text{이므로 } \square = 10^2 = 100$$

11 다음 중 완전제곱식으로 인수분해되지 않는 것은?

① x^2+4x+4 ② $25a^2-10a+1$

③ x^2-2x+1 ✓④ a^2+2a+4

⑤ $25x^2-30xy+9y^2$

① $(x+2)^2$ ② $(5a-1)^2$

③ $(x-1)^2$ ⑤ $(5x-3y)^2$

12 $x^2+4x+a=(x+b)^2$ 일 때, 상수 a , b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오. 8

$$4x = 2 \times x \times 2 \text{이므로 } a=2^2=4$$

$$x^2+4x+4=(x+2)^2 \text{이므로 } b=2$$

$$\therefore ab=4 \times 2=8$$

13 $25x^2-64$ 를 인수분해하면?

① $(5x+8)^2$ ② $(5x-8)^2$

③ $(5x+4)(5x-4)$ ✓④ $(5x+8)(5x-8)$

⑤ $(25x+8)(25x-8)$

$$25x^2-64 = (5x)^2-8^2 = (5x+8)(5x-8)$$



- 14 x^2-6x-7 이 x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 이 두 일차식의 합은?

- ① $2x-8$ ② $2x-7$ ✓ ③ $2x-6$
④ $2x+6$ ⑤ $2x+8$

$x^2-6x-7=(x+1)(x-7)$ 이므로 두 일차식의 합은
 $(x+1)+(x-7)=2x-6$

- 15 다음 중 옳지 않은 것은?

- ✓ ① $y^2-4y+4=(y+2)^2$
② $x^2-9=(x+3)(x-3)$
③ $x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$
④ $2x^2-5x+2=(x-2)(2x-1)$
⑤ $x(y-1)-(y-1)=(x-1)(y-1)$
① $y^2-4y+4=(y-2)^2$

- 16 $a=\sqrt{3}-1$ 일 때, a^2+2a+1 의 값은?

- ① 1 ② 2 ✓ ③ 3
④ 4 ⑤ 5

$a^2+2a+1=(a+1)^2=(\sqrt{3}-1+1)^2=3$

- 17 두 다항식 $3x^2-10x-8$, $6x^2+x-2$ 의 공통인 인수는?

- ① $x-4$ ② $2x-1$ ③ $2x+1$
④ $3x-2$ ✓ ⑤ $3x+2$

$3x^2-10x-8=(x-4)(3x+2)$

$6x^2+x-2=(2x-1)(3x+2)$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $3x+2$ 이다.

- 18 인수분해 공식을 이용하여

$14.5^2+2\times 14.5\times 5.5+5.5^2$ 을 계산하면?

- ① 300 ✓ ② 400 ③ 500
④ 600 ⑤ 700

$14.5^2+2\times 14.5\times 5.5+5.5^2$
 $= (14.5+5.5)^2=20^2=400$

- 19 $(3x-2)^2-(x+1)^2=(4x+a)(bx-3)$ 일 때, 상수 a , b 에 대하여 ab 의 값은?

- ✓ ① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 3

$3x-2=A$, $x+1=B$ 로 놓으면

$(3x-2)^2-(x+1)^2=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$
 $= (3x-2+x+1)(3x-2-x-1)$
 $= (4x-1)(2x-3)$

따라서 $a=-1$, $b=2$ 이므로 $ab=-1\times 2=-2$

- 20 다항식 x^2-3x-y^2+3y 를 인수분해하였더니 $(x+Ay)(x+By+C)$ 가 되었다. 이때 상수 A , B , C 에 대하여 $A+B+C$ 의 값을 구하시오. -3

(주어진 식) $=x^2-y^2-3x+3y$
 $= (x+y)(x-y)-3(x-y)$
 $= (x-y)(x+y-3)$

따라서 $A=-1$, $B=1$, $C=-3$ 이므로

$A+B+C=-1+1+(-3)=-3$



III

이차방정식

이 단원에서 공부해야 할 필수 개념

1 이차방정식의 풀이

- 개념 01** 이차방정식
- 개념 02** 이차방정식의 해
- 개념 03** 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이
- 개념 04** 이차방정식의 중근
- 개념 05** 제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이
- 개념 06** 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

내신 도전

2 이차방정식의 활용

- 개념 07** 이차방정식의 근의 공식
- 개념 08** 복잡한 이차방정식의 풀이
- 개념 09** 이차방정식의 근의 개수
- 개념 10** 이차방정식 구하기
- 개념 11** 이차방정식의 활용

내신 도전

대단원 평가



01

이차방정식

1 이차방정식의 풀이

(1) 등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (x 에 대한 이차식) $=0$ 의 꼴로 나타나는 방정식을 x 에 대한 이차방정식이라 한다.

(2) x 에 대한 이차방정식은 $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c 는 상수, $a \neq 0$)의 꼴로 나타낼 수 있다.

예 • $x^2-2x+6=0$, $-x^2+4x=0$, $2x^2-5=0 \rightarrow$ 이차방정식이다.

• $2x+3=0$, $\frac{1}{x^2}=0$, $x^3-1=0 \rightarrow$ 이차방정식이 아니다.

참고 이차방정식이 되는 조건

등식 $ax^2+bx+c=0$ 이 x 에 대한 이차방정식이 되려면 $a \neq 0$ 이어야 한다.

이차방정식의 뜻

x 에 대한 **이차방정식**: 등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (x 에 대한 이차식) $=0$ 의 꼴로 나타나는 방정식

$\rightarrow ax^2+bx+c=0$ (a, b, c 는 상수, $a \neq 0$)

01 다음 중 이차방정식인 것은 ○표, 이차방정식이 아닌 것은 ×표를 하시오.

(1) $x^2+x+3=0$ (○)

(2) $0=x^2-2x+1$ (○)

(3) x^2+2x-4 (×)

(4) $\frac{x^2}{4}+\frac{2}{3}x=0$ (○)

(5) $5x^2+1=0$ (○)

(6) $2x+2=0$ (×)

(7) $\frac{3}{4}x^2=0$ (○)

(8) $\frac{3}{x^2}+\frac{4}{x}+5=0$ (×)

(9) $2x-4=-x^2$ (○)

(10) $2x^2-4=5x-4$ (○)
모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 $2x^2-5x=0$ 이므로 이차방정식이다.

(11) $2x^2-4=2x^2+2x-6$ (×)
모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 $-2x+2=0$ 이므로 이차방정식이 아니다.

(12) $x^2-x(x-3)=0$ (×)
(좌변) $=x^2-x^2+3x=3x$
즉, $3x=0$ 이므로 이차방정식이 아니다.

(13) $3(x+2)(x-2)=2x^2$ (○)
 $3x^2-12=2x^2$ 이고 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 $x^2-12=0$ 이므로 이차방정식이다.

... 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타내기 ... $(ax+b)(cx+d)=0$ 을 전개하면

$$\boxed{ac}x^2 + (\boxed{ad+bc})x + \boxed{bd} = 0$$

02 다음 주어진 식을 정리하여 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b, c 의 값을 구하시오.

(단, a 는 가장 작은 자연수, b, c 는 정수이다.)

(1) $(x+2)(x+3)=0$ $a=1, b=5, c=6$

좌변을 전개하면 $x^2+5x+6=0$

$\therefore a=1, b=5, c=6$

(2) $(x-1)(x+3)=0$ $a=1, b=2, c=-3$

$x^2+2x-3=0$ 에서 $a=1, b=2, c=-3$

(3) $(2x-1)(4x+3)=0$ $a=8, b=2, c=-3$

$8x^2+2x-3=0$ 에서 $a=8, b=2, c=-3$

(4) $(x+2)(2x-1)=2$ $a=2, b=3, c=-4$

$2x^2+3x-2=2$ 에서 $2x^2+3x-4=0$

$\therefore a=2, b=3, c=-4$

(5) $(x+5)(x+2)=3x$ $a=1, b=4, c=10$

$x^2+7x+10=3x$ 에서 $x^2+4x+10=0$

$\therefore a=1, b=4, c=10$

(6) $(3x-1)^2=5x(x-2)$ $a=4, b=4, c=1$

$9x^2-6x+1=5x^2-10x$ 에서 $4x^2+4x+1=0$

$\therefore a=4, b=4, c=1$

... 이차방정식이 되기 위한 조건

등식 $ax^2+bx+c=0$ 이 x 에 대한 이차방정식이 되려면

$\boxed{a \neq 0}$ 이어야 한다.

03 다음 등식이 이차방정식이 되기 위한 상수 a 의 조건을 구하시오.

(1) $ax^2+x+2=0$ $a \neq 0$

(2) $ax^2-2x=0$ $a \neq 0$

(3) $(a+2)x^2-2x+1=0$ $a \neq -2$

(4) $(a-2)x^2+4x+a=0$ $a \neq 2$

(5) $(a+3)x^2-(a+2)x+3=0$ $a \neq -3$

(6) $ax^2-5x+3=2x^2+1$ $a \neq 2$

모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 $(a-2)x^2-5x+2=0$

$a-2 \neq 0$ |므로 $a \neq 2$

(7) $ax^2+2x-1=3x^2+2$ $a \neq 3$

(8) $ax^2+4x-1=-4x^2+6x+3$ $a \neq -4$



02

이차방정식의 해

1 이차방정식의 풀이

(1) 이차방정식의 해(근): 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 을 참이 되게 하는 미지수 x 의 값

예 이차방정식 $x^2-1=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면 $\rightarrow 1^2-1=0$ (참)

$x=-2$ 를 대입하면 $\rightarrow (-2)^2-1 \neq 0$ (거짓)

따라서 $x=1$ 은 이차방정식 $x^2-1=0$ 의 해이고, $x=-2$ 는 해가 아니다.

(2) 이차방정식을 푼다: 이차방정식의 해를 모두 구하는 것

참고 이차방정식에서 미지수 x 에 대한 특별한 말이 없을 때에는 x 의 값의 범위를 실수 전체로 생각한다.

이차방정식의 해

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 해

$\rightarrow ax^2+bx+c=0$ 을 만족시키는 x 의 값

$\rightarrow x=p$ 를 대입하여 $a \boxed{p^2} + b \boxed{p} + c = 0$ 이면 $x = \boxed{p}$ 는 이차방정식의 해이다.

01 다음 이차방정식 중 [] 안의 수가 해인 것은 ○표, 아닌 것은 ×표를 하시오.

(1) $x^2+x=0$ [0] (○)
 $x=0$ 을 대입하면 $0^2+0=0$

(2) $x^2+5x+4=0$ [-4] (○)
 $x=-4$ 를 대입하면 $(-4)^2+5 \times (-4)+4=0$

(3) $x^2-x-6=0$ [2] (×)
 $x=2$ 를 대입하면 $2^2-2-6=-4 \neq 0$

(4) $x^2+x-2=0$ [1] (○)

(5) $x^2-3x+2=0$ [-1] (×)

(6) $2x^2+3x-14=0$ [1] (×)

(7) $6x^2-x-2=0$ [$-\frac{1}{2}$] (○)

(8) $2x^2-5x+3=0$ [$\frac{1}{2}$] (×)

(9) $x^2=-x$ [2] (×)

(10) $x^2+x=2x+2$ [-1] (○)
 $x^2+x=2x+2$ 에서 $x^2-x-2=0$
 $x=-1$ 을 대입하면 $(-1)^2-(-1)-2=0$

(11) $2x^2+2=x^2-3x$ [-2] (○)

(12) $2x^2+x=3x^2-2$ [1] (×)

02 x 의 값이 $-1, 0, 1$ 일 때 다음 이차방정식의 해를 구하시오.

(1) $x^2 + 2x = 0$ $x=0$

$x=-1$ 일 때, $(-1)^2 + 2 \times (-1) = -1 \neq 0$

$x=0$ 일 때, $0^2 + 2 \times 0 = 0$

$x=1$ 일 때, $1^2 + 2 \times 1 = 3 \neq 0$

(2) $x^2 - 1 = 0$ $x=-1$ 또는 $x=1$

(3) $x^2 + 2x - 3 = 0$ $x=1$

(4) $2x^2 + 3x + 1 = 0$ $x=-1$

03 x 의 값이 $-1, 0, 1, 2$ 일 때, 다음 이차방정식의 해를 구하시오.

(1) $x^2 - x = 0$ $x=0$ 또는 $x=1$

$x=-1$ 일 때, $(-1)^2 - (-1) = 2 \neq 0$

$x=0$ 일 때, $0^2 - 0 = 0$

$x=1$ 일 때, $1^2 - 1 = 0$

$x=2$ 일 때, $2^2 - 2 = 2 \neq 0$

따라서 구하는 해는 $x=0$ 또는 $x=1$

(2) $x^2 - 4 = 0$ $x=2$

(3) $x^2 - 5x + 4 = 0$ $x=1$

(4) $3x^2 + 2x - 1 = 0$ $x=-1$

... **한 근이 주어졌을 때, 상수의 값 구하기** ...

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 해가 $x=m$ 이다.

→ $x = \boxed{m}$ 을 대입하면 등식이 성립한다.

→ $a\boxed{m^2} + b\boxed{m} + c = 0$

04 다음 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 한 근일 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

(1) $x^2 + 2x + a = 0$ [1] -3

$x^2 + 2x + a = 0$ 에 $x=1$ 을 대입하면

$1 + 2 + a = 0$ $\therefore a = -3$

(2) $2x^2 - x + 3a = 0$ [2] -2

$2x^2 - x + 3a = 0$ 에 $x=2$ 를 대입하면

$8 - 2 + 3a = 0$, $3a = -6$ $\therefore a = -2$

(3) $x^2 + ax - 6 = 0$ [3] -1

(4) $3x^2 - ax - 4 = 0$ [-1] 1

(5) $x^2 + 3 = x + a$ [2] 5

(6) $2x^2 + x + 1 = 3 - ax$ [-2] 2

$2x^2 + x + 1 = 3 - ax$ 에 $x=-2$ 를 대입하면

$8 - 2 + 1 = 3 + 2a$, $2a = 4$ $\therefore a = 2$



개념
03

인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

이차방정식의 풀이

(1) $AB=0$ 의 성질: 두 수 또는 두 식 A, B 에 대하여 $AB=0$ 이면 $A=0$ 또는 $B=0$ 이다.

참고 'A=0 또는 B=0'의 의미는

(i) $A=0$ 그리고 $B \neq 0$ (ii) $A \neq 0$ 그리고 $B=0$ (iii) $A=0$ 그리고 $B=0$

의 세 가지 중 하나가 성립한다는 의미이다.

(2) 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

① 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ ($a>0$)의 꼴로 정리한다.

② 좌변을 인수분해한다.

③ $AB=0$ 의 성질을 이용하여 해를 구한다.

예 $x^2-4x+3=0$ 에서

좌변을 인수분해하면 $(x-1)(x-3)=0$

$x-1=0$ 또는 $x-3=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=3$

... $AB=0$ 의 성질을 이용하여 해 구하기 ...

두 수 또는 두 식 A, B 에 대하여 $AB=0$ 이면

$A=0$ 또는 $B=0$ 이다.

01 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $(x-2)(x+3)=0$ $x=2$ 또는 $x=-3$
 $x-2=0$ 또는 $x+3=0$ 이므로 $x=2$ 또는 $x=-3$

(2) $(x+5)(x-2)=0$ $x=-5$ 또는 $x=2$

(3) $(x+7)(x-7)=0$ $x=-7$ 또는 $x=7$

(4) $(x+1)(x+4)=0$ $x=-1$ 또는 $x=-4$

(5) $x(x+2)=0$ $x=0$ 또는 $x=-2$

(6) $4(2x+3)(3x-2)=0$ $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

... 인수분해를 이용하여 해 구하기 ...

① 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a>0$)의 꼴로 정리한다.

② 좌변을 인수분해한다.

③ $AB=0$ 의 성질을 이용하여 해를 구한다.

02 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $x^2-2x=0$ $x=0$ 또는 $x=2$
 $x(x-2)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=2$

(2) $x^2-5x=0$ $x=0$ 또는 $x=5$

(3) $x^2+3x=0$ $x=0$ 또는 $x=-3$

(4) $x^2+8x=0$ $x=0$ 또는 $x=-8$

(5) $3x^2-6x=0$ $x=0$ 또는 $x=2$

(6) $2x^2+8x=0$ $x=0$ 또는 $x=-4$

03 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $x^2 - 4 = 0$ $x = -2$ 또는 $x = 2$

$(x+2)(x-2) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = 2$

(2) $x^2 - 25 = 0$ $x = -5$ 또는 $x = 5$

(3) $x^2 = 16$ $x = -4$ 또는 $x = 4$

(4) $4x^2 - 9 = 0$ $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

(5) $x^2 + 3x + 2 = 0$ $x = -1$ 또는 $x = -2$

$(x+1)(x+2) = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = -2$

(6) $x^2 + 2x - 3 = 0$ $x = -3$ 또는 $x = 1$

(7) $x^2 - x - 6 = 0$ $x = -2$ 또는 $x = 3$

(8) $x^2 - 7x + 6 = 0$ $x = 1$ 또는 $x = 6$

(9) $x^2 + x = 12$ $x = -4$ 또는 $x = 3$

$x^2 + x - 12 = 0, (x+4)(x-3) = 0$

$\therefore x = -4$ 또는 $x = 3$

(10) $2x^2 + 3x + 1 = 0$ $x = -1$ 또는 $x = -\frac{1}{2}$

$(x+1)(2x+1) = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = -\frac{1}{2}$

(11) $3x^2 + 2x - 1 = 0$ $x = -1$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

(12) $5x^2 - 3x - 2 = 0$ $x = -\frac{2}{5}$ 또는 $x = 1$

(13) $6x^2 - 5x + 1 = 0$ $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

(14) $2x^2 - 7x = 4$ $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 4$

$2x^2 - 7x - 4 = 0, (2x+1)(x-4) = 0$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 4$



04

이차방정식의 중근

1 이차방정식의 풀이

(1) 중근: 이차방정식의 해가 중복되어 있을 때, 이 해를 주어진 이차방정식의 중근이라 한다.

→ $a(x-p)^2=0(a \neq 0)$ 의 풀이면 $x=p$

(2) 중근을 가질 조건

주어진 이차방정식의 좌변을 인수분해하였을 때, (완전제곱식)=0의 꼴로 인수분해되면 이 이차방정식은 중근을 갖는다.

즉, 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 에서 $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$ 이면 이 이차방정식은 중근을 갖는다.

이차방정식의 중근

이차방정식의 해가 중복되어 있을 때, 이 해를 주어진 이차방정식의 **중근**이라 한다.

→ $a(x-p)^2=0(a \neq 0)$ 의 풀이면 $x=\boxed{p}$

01 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $(x+5)^2=0$ $x=-5$

(2) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$ $x=-\frac{1}{2}$

(3) $(x-4)^2=0$ $x=4$

(4) $2\left(x-\frac{2}{3}\right)^2=0$ $x=\frac{2}{3}$

(5) $x^2-4x+4=0$ $x=2$
 $(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$

(6) $x^2+8x+16=0$ $x=-4$
 $(x+4)^2=0$ $\therefore x=-4$

(7) $x^2-12x+36=0$ $x=6$

(8) $x^2+18x+81=0$ $x=-9$

(9) $25x^2+10x+1=0$ $x=-\frac{1}{5}$
 $(5x+1)^2=0$ $\therefore x=-\frac{1}{5}$

(10) $9x^2-6x+1=0$ $x=\frac{1}{3}$

(11) $4x^2+20x+25=0$ $x=-\frac{5}{2}$
 $(2x+5)^2=0$ $\therefore x=-\frac{5}{2}$

(12) $9x^2-24x+16=0$ $x=\frac{4}{3}$

중근을 가질 조건(1)

이차방정식이 **(완전제곱식)=0**의 꼴로 인수분해되면 이 이차방정식은 중근을 갖는다.

즉, 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 에서 $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$ 이면 중근을 갖는다.

02 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

(1) $x^2+8x+k=0$ **16**

$k=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$

(2) $x^2-14x+k=0$ **49**

(3) $x^2+3x+k=0$ **$\frac{9}{4}$**

(4) $x^2+4x+k-3=0$ **7**

$k-3=\left(\frac{4}{2}\right)^2$ 에서 $k-3=4$ $\therefore k=7$

(5) $x^2-6x+3k=0$ **3**

$3k=\left(\frac{6}{2}\right)^2$ 에서 $3k=9$ $\therefore k=3$

(6) $x^2-8x-k+5=0$ **-11**

(7) $x^2+10x+k-5=0$ **30**

중근을 가질 조건(2)

이차방정식 $a^2x^2+kx+b^2=0$ 에서 $k=\pm \mathbf{2ab}$ 이면 중근을 갖는다.

03 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

(1) $x^2+kx+1=0$ **± 2**

$k=\pm(2 \times 1 \times 1)=\pm 2$

[다른 풀이] $\left(\frac{k}{2}\right)^2=1$ 에서 $k^2=4$ $\therefore k=\pm 2$

(2) $x^2+kx+9=0$ **± 6**

(3) $x^2-kx+16=0$ **± 8**

(4) $x^2+kx+\frac{4}{25}=0$ **$\pm \frac{4}{5}$**

$k=\pm\left(2 \times 1 \times \frac{2}{5}\right)=\pm \frac{4}{5}$

(5) $16x^2+kx+25=0$ **± 40**

$k=\pm(2 \times 4 \times 5)=\pm 40$

(6) $25x^2-kx+4=0$ **± 20**

$k=\pm(2 \times 5 \times 2)=\pm 20$

(7) $9x^2+kx+\frac{25}{4}=0$ **± 15**

$k=\pm\left(2 \times 3 \times \frac{5}{2}\right)=\pm 15$

(8) $4x^2-kx+\frac{9}{4}=0$ **± 6**

$k=\pm\left(2 \times 2 \times \frac{3}{2}\right)=\pm 6$



개념
05

제곱근을 이용한 이차방정식의 풀이

❶ 이차방정식의 풀이

(1) $x^2=q(q \geq 0)$ 의 해: $x=\pm\sqrt{q}$

예 $x^2=2$ 의 해는 $x=\pm\sqrt{2}$

(2) $ax^2=q(a \neq 0, aq \geq 0)$ 의 해: $x=\pm\sqrt{\frac{q}{a}}$

예 $2x^2=3$ 의 해는 $x^2=\frac{3}{2}$ 이므로 $x=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$

(3) $(x+p)^2=q(q \geq 0)$ 의 해: $x=-p \pm \sqrt{q}$

예 $(x-1)^2=2$ 의 해는 $x-1=\pm\sqrt{2}$ 이므로 $x=1 \pm \sqrt{2}$

(4) $a(x+p)^2=q(a \neq 0, aq \geq 0)$ 의 해: $x=-p \pm \sqrt{\frac{q}{a}}$

예 $2(x+1)^2=4$ 의 해는 $(x+1)^2=2$ 에서 $x+1=\pm\sqrt{2}$ 이므로 $x=-1 \pm \sqrt{2}$

$x^2=q(q \geq 0)$ 의 해

$x^2=q(q \geq 0)$ 의 해는 $x=\boxed{\pm\sqrt{q}}$

01 다음 이차방정식을 제곱근을 이용하여 푸시오.

(1) $x^2=4$ $x=\pm 2$

x 는 4의 제곱근이므로 $x=\pm\sqrt{4}=\pm 2$

(2) $x^2=12$ $x=\pm 2\sqrt{3}$

(3) $x^2=\frac{4}{25}$ $x=\pm\frac{2}{5}$

(4) $x^2=\frac{14}{9}$ $x=\pm\frac{\sqrt{14}}{3}$

(5) $x^2-3=0$ $x=\pm\sqrt{3}$

$x^2-3=0$ 에서 $x^2=3$ $\therefore x=\pm\sqrt{3}$

(6) $x^2-7=0$ $x=\pm\sqrt{7}$

$ax^2=q(a \neq 0, aq \geq 0)$ 의 해

$ax^2=q(a \neq 0, aq \geq 0)$ 의 해는 $x=\boxed{\pm\sqrt{\frac{q}{a}}}$

02 다음 이차방정식을 제곱근을 이용하여 푸시오.

(1) $3x^2=18$ $x=\pm\sqrt{6}$

$3x^2=18$ 에서 $x^2=6$ $\therefore x=\pm\sqrt{6}$

(2) $2x^2=24$ $x=\pm 2\sqrt{3}$

(3) $4x^2=36$ $x=\pm 3$

(4) $2x^2=49$ $x=\pm\frac{7\sqrt{2}}{2}$

$2x^2=49$ 에서 $x^2=\frac{49}{2}$
 $\therefore x=\pm\sqrt{\frac{49}{2}}=\pm\frac{7\sqrt{2}}{2}$

(5) $5x^2-25=0$ $x=\pm\sqrt{5}$

(6) $3x^2-\frac{2}{3}=0$ $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$

$3x^2-\frac{2}{3}=0$ 에서 $x^2=\frac{2}{9}$

$\therefore x=\pm\sqrt{\frac{2}{9}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$

..... $(x+p)^2=q(q \geq 0)$ 의 해

$$(x+p)^2=q(q \geq 0) \text{의 해는 } x = \boxed{-p \pm \sqrt{q}}$$

03 다음 이차방정식을 제곱근을 이용하여 푸시오.

$$(1) (x+1)^2=3 \quad x = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$(x+1)^2=3 \text{에서 } x+1 = \pm\sqrt{3} \quad \therefore x = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$(2) (x+3)^2=8 \quad x = -3 \pm 2\sqrt{2}$$

$$(3) (x+2)^2=\frac{7}{3} \quad x = -2 \pm \frac{\sqrt{21}}{3}$$

$$(4) (x-4)^2=25 \quad x = -1 \text{ 또는 } x=9$$

$$(x-4)^2=25 \text{에서 } x-4 = \pm 5$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x=9$$

$$(5) (x-6)^2=12 \quad x = 6 \pm 2\sqrt{3}$$

$$(6) (x-3)^2=\frac{3}{4} \quad x = 3 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(7) (x+5)^2-18=0 \quad x = -5 \pm 3\sqrt{2}$$

$$(x+5)^2-18=0 \text{에서 } (x+5)^2=18$$

$$x+5 = \pm\sqrt{18} \quad \therefore x = -5 \pm 3\sqrt{2}$$

$$(8) (x-2)^2-9=0 \quad x = -1 \text{ 또는 } x=5$$

..... $a(x+p)^2=q(a \neq 0, aq \geq 0)$ 의 해

$$a(x+p)^2=q(a \neq 0, aq \geq 0) \text{의 해는 } x = \boxed{-p \pm \sqrt{\frac{q}{a}}}$$

04 다음 이차방정식을 제곱근을 이용하여 푸시오.

$$(1) 3(x+2)^2=15 \quad x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$3(x+2)^2=15 \text{에서 } (x+2)^2=5, x+2 = \pm\sqrt{5}$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$(2) 2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{2} \quad x = -2 \text{ 또는 } x=1$$

$$2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{2} \text{에서 } \left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$$

$$x+\frac{1}{2} = \pm\frac{3}{2} \quad \therefore x = -2 \text{ 또는 } x=1$$

$$(3) 4(x-1)^2=24 \quad x = 1 \pm \sqrt{6}$$

$$(4) 3(x-5)^2=25 \quad x = 5 \pm \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$(5) 2(x+1)^2-24=0 \quad x = -1 \pm 2\sqrt{3}$$

$$2(x+1)^2-24=0 \text{에서 } (x+1)^2=12$$

$$x+1 = \pm\sqrt{12} \quad \therefore x = -1 \pm 2\sqrt{3}$$

$$(6) 3(x-2)^2-5=0 \quad x = 2 \pm \frac{\sqrt{15}}{3}$$



완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

❶ 이차방정식의 풀이

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서 좌변이 인수분해되지 않을 때에는 다음과 같이 $(x+p)^2=q(q \geq 0)$ 의 꼴로 고친 후 제곱근을 이용하여 해를 구한다.

- ① 양변을 x^2 의 계수로 나누어 x^2 의 계수를 1로 만든다.
- ② 상수항을 우변으로 이항한다.
- ③ 양변에 $\left\{\frac{(x \text{의 계수})}{2}\right\}^2$ 을 더한다.
- ④ 좌변을 완전제곱식으로 나타낸다.
- ⑤ 제곱근을 이용하여 해를 구한다.

예 $2x^2-8x+4=0$ 을 풀면

$$\begin{aligned} x^2-4x+2 &= 0 & \text{①} \\ x^2-4x &= -2 & \text{②} \\ x^2-4x+\left(\frac{-4}{2}\right)^2 &= -2+\left(\frac{-4}{2}\right)^2 & \text{③} \\ (x-2)^2 &= 2 & \text{④} \\ \therefore x &= 2 \pm \sqrt{2} & \text{⑤} \end{aligned}$$

..... $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 고치기

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 에서 좌변이 인수분해되지 않으면 $(x+p)^2=q(q \geq 0)$ 의 꼴로 고친 후 **제곱근**을 이용하여 해를 구한다.

01 다음 이차방정식을 $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 나타내시오.

(1) $x^2+6x=1$ $(x+3)^2=10$
 $x^2+6x=1$ 에서 $x^2+6x+9=1+9$ $\therefore (x+3)^2=10$

(2) $x^2+8x=-3$ $(x+4)^2=13$

(3) $x^2-2x=5$ $(x-1)^2=6$

(4) $x^2-4x=7$ $(x-2)^2=11$

(5) $x^2+4x+1=0$ $(x+2)^2=3$
 $x^2+4x=-1$ 에서 $x^2+4x+4=-1+4$
 $\therefore (x+2)^2=3$

(6) $x^2-6x+2=0$ $(x-3)^2=7$
 $x^2-6x=-2$ 에서 $x^2-6x+9=-2+9$
 $\therefore (x-3)^2=7$

(7) $3x^2+18x=6$ $(x+3)^2=11$
 $3x^2+18x=6$ 에서 $x^2+6x=2$, $x^2+6x+9=2+9$
 $\therefore (x+3)^2=11$

(8) $4x^2+16x=4$ $(x+2)^2=5$

(9) $4x^2-8x=4$ $(x-1)^2=2$

(10) $2x^2-8x=-4$ $(x-2)^2=2$

(11) $2x^2+4x-4=0$ $(x+1)^2=3$
 $2x^2+4x-4=0$ 에서 $x^2+2x=2$, $x^2+2x+1=2+1$
 $\therefore (x+1)^2=3$

(12) $3x^2-24x+12=0$ $(x-4)^2=12$
 $3x^2-24x+12=0$ 에서 $x^2-8x=-4$, $x^2-8x+16=-4+16$
 $\therefore (x-4)^2=12$

... 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이 ...

- ❶ 양변을 x^2 의 계수로 나누어 x^2 의 계수를 1로 만든다.
- ❷ 상수항을 우변으로 이항한다.
- ❸ 양변에 $\left\{ \frac{(x\text{의 계수})^2}{2} \right\}$ 을 더한다.
- ❹ 좌변을 완전제곱식으로 나타낸다.
- ❺ 제곱근을 이용하여 해를 구한다.

02 다음 이차방정식을 완전제곱식을 이용하여 푸시오.

(1) $x^2 + 2x = 1$ $x = -1 \pm \sqrt{2}$

$x^2 + 2x = 1$ 에서 $x^2 + 2x + 1 = 1 + 1$

$(x+1)^2 = 2, x+1 = \pm\sqrt{2} \quad \therefore x = -1 \pm \sqrt{2}$

(2) $x^2 + 4x = 4$ $x = -2 \pm 2\sqrt{2}$

(3) $x^2 + 10x = -10$ $x = -5 \pm \sqrt{15}$

(4) $x^2 - 2x = 4$ $x = 1 \pm \sqrt{5}$

(5) $x^2 - 6x = -4$ $x = 3 \pm \sqrt{5}$

(6) $x^2 - 8x = -9$ $x = 4 \pm \sqrt{7}$

(7) $x^2 + 4x - 3 = 0$ $x = -2 \pm \sqrt{7}$

$x^2 + 4x - 3 = 0$ 에서 $x^2 + 4x + 4 = 3 + 4$

$(x+2)^2 = 7, x+2 = \pm\sqrt{7}$

$\therefore x = -2 \pm \sqrt{7}$

(8) $x^2 - 8x + 4 = 0$ $x = 4 \pm 2\sqrt{3}$

(9) $x^2 - 3x + 1 = 0$ $x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 - 3x = -1, x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -1 + \frac{9}{4}$

$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}, x - \frac{3}{2} = \pm\frac{\sqrt{5}}{2} \quad \therefore x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$

(10) $x^2 + 5x - 1 = 0$ $x = -\frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{29}}{2}$

(11) $3x^2 + 6x = 6$ $x = -1 \pm \sqrt{3}$

$3x^2 + 6x = 6$ 에서 $x^2 + 2x = 2, x^2 + 2x + 1 = 2 + 1$

$(x+1)^2 = 3, x+1 = \pm\sqrt{3} \quad \therefore x = -1 \pm \sqrt{3}$

(12) $2x^2 + 4x = 10$ $x = -1 \pm \sqrt{6}$

(13) $3x^2 - 12x = 9$ $x = 2 \pm \sqrt{7}$

(14) $2x^2 - 12x = 8$ $x = 3 \pm \sqrt{13}$

(15) $2x^2 + 4x - 8 = 0$ $x = -1 \pm \sqrt{5}$

$2x^2 + 4x - 8 = 0$ 에서 $x^2 + 2x = 4, x^2 + 2x + 1 = 4 + 1$

$(x+1)^2 = 5, x+1 = \pm\sqrt{5} \quad \therefore x = -1 \pm \sqrt{5}$

(16) $4x^2 - 16x + 8 = 0$ $x = 2 \pm \sqrt{2}$



내신 도전

01 다음 중 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은?

- ① $(x-1)(x+2)=2$
 ② $x(x-2)=3x$
 ✓③ $(x+1)(2x-1)=2x^2-3$
 ④ $(x+1)^2=2x$
 ⑤ $3x^2-1=2x-1$
 ① $x^2+x-4=0$ ② $x^2-5x=0$
 ③ $x+2=0$ ④ $x^2+1=0$
 ⑤ $3x^2-2x=0$

02 다음 중 $ax^2+3x+1=2x(x-1)$ 이 x 에 대한 이차방정식이 되도록 하는 상수 a 의 조건은?

- ① $a \neq 1$ ✓② $a \neq 2$ ③ $a \neq 3$
 ④ $a \neq 4$ ⑤ $a \neq 5$
 $ax^2+3x+1=2x(x-1)$ 에서 $(a-2)x^2+5x+1=0$
 $a-2 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq 2$

03 다음 중 [] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해인 것은?

- ① $x(x-5)=24$ [5]
 ✓② $x^2+3x-4=0$ [1]
 ③ $x^2=3x$ [-3]
 ④ $x^2+2x=5(x+2)$ [2]
 ⑤ $2x^2-6x-8=0$ [-4]
 ② $1^2+3 \times 1-4=0$

04 x 의 값이 $-1, 0, 1$ 일 때, 이차방정식 $x^2-3x-4=0$ 의 모든 해의 합은?

- ① -5 ② -3 ✓③ -1
 ④ 3 ⑤ 5

$x=-1$ 일 때, $(-1)^2-3 \times (-1)-4=0$
 $x=0$ 일 때, $0^2-3 \times 0-4=-4 \neq 0$
 $x=1$ 일 때, $1^2-3 \times 1-4=-6 \neq 0$
 따라서 해는 $x=-1$ 뿐이므로 구하는 합은 -1 이다.

05 두 이차방정식 $x^2-7x+10=0$, $x^2+2x-8=0$ 을 동시에 만족시키는 해는?

- ① $x=-4$ ② $x=1$ ✓③ $x=2$
 ④ $x=5$ ⑤ $x=8$

$x^2-7x+10=0$, $(x-2)(x-5)=0$ $\therefore x=2$ 또는 $x=5$
 $x^2+2x-8=0$, $(x+4)(x-2)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=2$
 따라서 구하는 해는 $x=2$

06 이차방정식 $3x^2-6x-4=0$ 의 한 해가 $x=m$ 일 때, m^2-2m 의 값을 구하시오. $\frac{4}{3}$

$3m^2-6m-4=0$, $3(m^2-2m)=4$
 $\therefore m^2-2m=\frac{4}{3}$

07 다음 이차방정식 중 중근을 가지는 것을 모두 고르면?
(정답 2개)

- ① $x^2=4$ ✓② $x^2+6x+9=0$
 ✓③ $x^2-x+\frac{1}{4}=0$ ④ $2x^2-16x+24=0$
 ⑤ $(x+1)(x-1)=0$
 ① $x^2=4$ $\therefore x=\pm 2$
 ② $(x+3)^2=0$ $\therefore x=-3$
 ③ $(x-\frac{1}{2})^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$
 ④ $2(x-2)(x-6)=0$ $\therefore x=2$ 또는 $x=6$
 ⑤ $x=-1$ 또는 $x=1$

08 x 에 대한 이차방정식 $x^2-4x+2k-2=0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하시오. **3**

$(\frac{-4}{2})^2=2k-2, 4=2k-2 \quad \therefore k=3$

09 이차방정식 $(x+4)^2=7$ 의 해가 $x=a\pm\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

- ① -3 ✓② 3 ③ 5
 ④ 9 ⑤ 11
 $x+4=\pm\sqrt{7}$ 이므로 $x=-4\pm\sqrt{7}$
 따라서 $a=-4, b=7$ 이므로 $a+b=-4+7=3$

10 이차방정식 $3(x+1)^2-24=0$ 의 두 근을 각각 p, q 라 할 때, $p+q$ 의 값은?

- ① $-4\sqrt{2}$ ✓② -2 ③ 0
 ④ 2 ⑤ $4\sqrt{2}$
 $(x+1)^2=8 \quad \therefore x=-1\pm 2\sqrt{2}$
 $\therefore p+q=-1-2\sqrt{2}+(-1+2\sqrt{2})=-2$

11 이차방정식 $x^2-10x+17=0$ 을 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 의 값은?

- ✓① $a=-5, b=8$ ② $a=-5, b=9$
 ③ $a=-5, b=17$ ④ $a=5, b=25$
 ⑤ $a=5, b=42$
 $x^2-10x=-17, x^2-10x+25=-17+25$
 $(x-5)^2=8 \quad \therefore a=-5, b=8$

12 이차방정식 $2x^2+12x+a=0$ 을 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x=-3\pm\sqrt{11}$ 이었다. 이때 상수 a 의 값을 구하시오. **-4**

$2x^2+12x+a=0$ 에서
 $x^2+6x=-\frac{a}{2}, x^2+6x+9=-\frac{a}{2}+9$
 $(x+3)^2=-\frac{a}{2}+9, x+3=\pm\sqrt{-\frac{a}{2}+9}$
 $\therefore x=-3\pm\sqrt{-\frac{a}{2}+9}$
 즉, $-\frac{a}{2}+9=11$ 이므로 $-\frac{a}{2}=2 \quad \therefore a=-4$



07

이차방정식의 근의 공식

2 이차방정식의 활용

(1) 근의 공식: 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 의 근은

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{단, } b^2 - 4ac \geq 0)$$

예 이차방정식 $2x^2 - x - 2 = 0$ 의 해는 $a=2, b=-1, c=-2$ 이므로

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2} = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{4}$$

(2) 일차항의 계수가 짝수일 때의 근의 공식: 이차방정식 $ax^2 + 2b'x + c = 0(a \neq 0)$ 의 근은

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \quad (\text{단, } b'^2 - ac \geq 0)$$

예 이차방정식 $x^2 + 2x - 5 = 0$ 의 해는 $a=1, b'=1, c=-5$ 이므로

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 1 \times (-5)}}{1} = -1 \pm \sqrt{6}$$

이차방정식의 근의 공식

이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 의 근은

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (\text{단, } b^2 - 4ac \geq 0)$$

01 다음 이차방정식을 근의 공식을 이용하여 푸시오.

(1) $x^2 + x - 3 = 0$ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

$a=1, b=1, c=-3$ 이므로

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

(2) $x^2 + 5x + 3 = 0$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$

(3) $x^2 - x - 2 = 0$ $x = -1$ 또는 $x = 2$

$a=1, b=-1, c=-2$ 이므로

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}$$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$

(4) $x^2 - 3x + 1 = 0$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

(5) $x^2 - 7x - 5 = 0$ $x = \frac{7 \pm \sqrt{69}}{2}$

(6) $2x^2 + 3x - 1 = 0$ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$

(7) $3x^2 + 5x + 1 = 0$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$

(8) $5x^2 + x - 2 = 0$ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{10}$

(9) $6x^2 - 5x - 2 = 0$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{12}$

(10) $3x^2 - 7x + 1 = 0$ $x = \frac{7 \pm \sqrt{37}}{6}$

... 일차항의 계수가 짝수일 때의 근의 공식 ...

이차방정식 $ax^2 + 2b'x + c = 0 (a \neq 0)$ 의 근은

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \quad (\text{단, } b'^2 - ac \geq 0)$$

02

다음 이차방정식을 일차항의 계수가 짝수일 때의 근의 공식을 이용하여 푸시오.

(1) $x^2 + 2x - 2 = 0$ $x = -1 \pm \sqrt{3}$

$a=1, b'=1, c=-2$ 이므로

$$x = -1 \pm \sqrt{1^2 - 1 \times (-2)} = -1 \pm \sqrt{3}$$

(2) $x^2 + 4x - 1 = 0$ $x = -2 \pm \sqrt{5}$

(3) $x^2 - 2x - 24 = 0$ $x = -4$ 또는 $x = 6$

(4) $x^2 - 4x - 8 = 0$ $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$

(5) $x^2 - 6x + 3 = 0$ $x = 3 \pm \sqrt{6}$

(6) $2x^2 + 4x - 3 = 0$ $x = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$

$a=2, b'=2, c=-3$ 이므로

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 2 \times (-3)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

(7) $2x^2 + 10x + 5 = 0$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{15}}{2}$

(8) $3x^2 + 8x + 2 = 0$ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$

(9) $5x^2 - 6x + 1 = 0$ $x = \frac{1}{5}$ 또는 $x = 1$

$a=5, b'=-3, c=1$ 이므로

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 5 \times 1}}{5} = \frac{3 \pm \sqrt{4}}{5} = \frac{3 \pm 2}{5}$$

$$\therefore x = \frac{1}{5} \text{ 또는 } x = 1$$

(10) $2x^2 + 10x - 7 = 0$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{39}}{2}$

(11) $3x^2 + 4x - 12 = 0$ $x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

(12) $3x^2 + 8x + 3 = 0$ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{7}}{3}$

(13) $4x^2 + 4x - 7 = 0$ $x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{2}}{2}$

$a=4, b'=2, c=-7$ 이므로

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times (-7)}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{32}}{4} = \frac{-1 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

(14) $5x^2 - 10x - 20 = 0$ $x = 1 \pm \sqrt{5}$



08

복잡한 이차방정식의 풀이

2 이차방정식의 활용

(1) 괄호가 있을 때: 전개하여 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 정리한다.

예 $(x+1)(x-3)=1$ 의 괄호를 풀어 정리하면 $x^2-2x-3=1$ 에서 $x^2-2x-4=0$

(2) 계수가 분수일 때: 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.

예 $\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{4}=0$ 의 양변에 분모의 최소공배수 4를 곱하면 $2x^2-4x-3=0$

(3) 계수가 소수일 때: 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고친다.

예 $0.2x^2-0.3x+0.1=0$ 의 양변에 10을 곱하면 $2x^2-3x+1=0$

(4) 공통인 식이 있을 때: 공통인 식을 한 문자로 놓고 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 정리한다.

예 $(x+1)^2+3(x+1)+2=0$ 에서 $x+1=A$ 라 하면 $A^2+3A+2=0$

괄호가 있는 이차방정식의 풀이

전개하여 동류항끼리 정리한 후 이차방정식을 푼다.

$$x(x+2)=3 \xrightarrow{\text{전개}} x^2+2x-3=0$$

01 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $(x-1)^2+4x=0$ $x=-1$

$$x^2-2x+1+4x=0, x^2+2x+1=0$$

$$(x+1)^2=0 \quad \therefore x=-1$$

(2) $2(x+1)^2-7=0$ $x=\frac{-2\pm\sqrt{14}}{2}$

$$2(x^2+2x+1)-7=0, 2x^2+4x-5=0$$

$$\therefore x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-2\times(-5)}}{2\times 1}=\frac{-2\pm\sqrt{14}}{2}$$

(3) $(x-2)^2=3(x+1)$ $x=\frac{7\pm 3\sqrt{5}}{2}$

$$x^2-4x+4=3x+3, x^2-7x+1=0$$

$$\therefore x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times 1\times 1}}{2\times 1}=\frac{7\pm\sqrt{45}}{2}=\frac{7\pm 3\sqrt{5}}{2}$$

(4) $(x+2)(x-3)+2=0$ $x=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$

$$x^2-x-6+2=0, x^2-x-4=0$$

$$\therefore x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times 1\times (-4)}}{2\times 1}=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$$

(5) $(x-2)(x-4)=15$ $x=-1$ 또는 $x=7$

$$x^2-6x+8-15=0, x^2-6x-7=0$$

$$(x+1)(x-7)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=7$$

계수가 분수인 이차방정식의 풀이

양변에 분모의 **최소공배수**를 곱하여 계수를 정수로 고친 후 이차방정식을 푼다.

$$\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{3}{2}=0 \xrightarrow[\text{곱한다.}]{\text{양변에 } 2 \text{ 를}} x^2-4x+3=0$$

02 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $\frac{1}{2}x^2+\frac{4}{3}x+\frac{1}{4}=0$ $x=\frac{-8\pm\sqrt{46}}{6}$

$$\text{양변에 } 12 \text{ 를 곱하면 } 6x^2+16x+3=0$$

$$\therefore x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-6\times 3}}{6}=\frac{-8\pm\sqrt{46}}{6}$$

(2) $\frac{1}{3}x^2+2x-9=0$ $x=-9$ 또는 $x=3$

$$\text{양변에 } 3 \text{ 를 곱하면 } x^2+6x-27=0$$

$$(x+9)(x-3)=0 \quad \therefore x=-9 \text{ 또는 } x=3$$

(3) $x^2+\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}=0$ $x=\frac{-3\pm\sqrt{41}}{8}$

$$\text{양변에 } 4 \text{ 를 곱하면 } 4x^2+3x-2=0$$

$$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 4\times (-2)}}{2\times 4}=\frac{-3\pm\sqrt{41}}{8}$$

(4) $\frac{1}{3}x^2-x+\frac{2}{3}=0$ $x=1$ 또는 $x=2$

$$\text{양변에 } 3 \text{ 를 곱하면 } x^2-3x+2=0$$

$$(x-1)(x-2)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=2$$

... 계수가 소수인 이차방정식의 풀이 ...

양변에 $\boxed{10}$ 의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고친 후 이차방정식을 푼다.

$$0.1x^2 - 0.2x - 0.5 = 0$$

양변에 $\boxed{10}$ 을 곱한다. $\rightarrow x^2 - \boxed{2}x - \boxed{5} = 0$

03 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $0.1x^2 + 0.4x + 0.4 = 0$ $x = -2$

양변에 10을 곱하면 $x^2 + 4x + 4 = 0$

$(x+2)^2 = 0$ $\therefore x = -2$

(2) $0.4x^2 + 0.3x - 0.1 = 0$ $x = -1$ 또는 $x = \frac{1}{4}$

(3) $0.1x^2 - 0.2x - 0.3 = 0$ $x = -1$ 또는 $x = 3$

(4) $0.3x^2 - 0.2x - 0.2 = 0$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$

(5) $0.4x^2 - x + 0.3 = 0$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{4}$

(6) $0.1x^2 - 0.7x + 1.2 = 0$ $x = 3$ 또는 $x = 4$

(7) $0.01x^2 - 0.03x = 0.18$ $x = -3$ 또는 $x = 6$

양변에 100을 곱하여 정리하면 $x^2 - 3x - 18 = 0$

$(x+3)(x-6) = 0$ $\therefore x = -3$ 또는 $x = 6$

... 공통인 식이 있는 이차방정식의 풀이 ...

공통인 식을 한 문자로 놓고 정리한 후 이차방정식을 푼다.

$$(x-1)^2 - 4(x-1) + 3 = 0$$

$\boxed{x-1} = A$ 로 놓는다. $\rightarrow \boxed{A^2 - 4A} + 3 = 0$

04 다음 이차방정식을 푸시오.

(1) $(x+3)^2 - 4(x+3) + 4 = 0$ $x = -1$

$x+3 = A$ 로 놓으면 $A^2 - 4A + 4 = 0$

$(A-2)^2 = 0$, $(x+1)^2 = 0$

$\therefore x = -1$

(2) $(x+4)^2 - 3(x+4) - 18 = 0$ $x = -7$ 또는 $x = 2$

(3) $(x-2)^2 - 3(x-2) - 10 = 0$ $x = 0$ 또는 $x = 7$

(4) $3(x-1)^2 + 5(1-x) - 2 = 0$ $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = 3$

$x-1 = A$ 로 놓으면 $3A^2 - 5A - 2 = 0$

$(3A+1)(A-2) = 0$ $\therefore A = -\frac{1}{3}$ 또는 $A = 2$

즉, $x-1 = -\frac{1}{3}$ 또는 $x-1 = 2$ $\therefore x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = 3$

(5) $(x-3)^2 + 5(x-3) - 14 = 0$ $x = -4$ 또는 $x = 5$

(6) $(x-1)^2 - 4(x-1) - 5 = 0$ $x = 0$ 또는 $x = 6$

(7) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(x + \frac{1}{2}\right) - 20 = 0$
 $x = -\frac{9}{2}$ 또는 $x = \frac{9}{2}$

(8) $3(2x-3)^2 - 7(2x-3) = 6$ $x = \frac{7}{6}$ 또는 $x = 3$

$2x-3 = A$ 로 놓으면 $3A^2 - 7A - 6 = 0$

$(3A+2)(A-3) = 0$ $\therefore A = -\frac{2}{3}$ 또는 $A = 3$

즉 $2x-3 = -\frac{2}{3}$ 또는 $2x-3 = 3$ $\therefore x = \frac{7}{6}$ 또는 $x = 3$



09

이차방정식의 근의 개수

2 이차방정식의 활용

이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 의 근의 개수는 근의 공식 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 에서 b^2-4ac 의 부호에 따라 결정된다.

- (1) $b^2-4ac>0 \rightarrow$ 서로 다른 두 근 $\rightarrow$ 근이 2개
 - (2) $b^2-4ac=0 \rightarrow$ 중근 $\rightarrow$ 근이 1개
 - (3) $b^2-4ac<0 \rightarrow$ 근이 없다. $\rightarrow$ 근이 0개
- 근이 존재할 조건: $b^2-4ac\geq 0$

이차방정식의 근의 개수(1)

이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 의 근의 개수는 근의 공식 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 에서 b^2-4ac 의 부호에 따라 결정된다.

- (1) $b^2-4ac>0 \rightarrow$ 근이 2개
- (2) $b^2-4ac=0 \rightarrow$ 근이 1개
- (3) $b^2-4ac<0 \rightarrow$ 근이 0개

01 다음 이차방정식의 근의 개수를 구하시오.

(1) $x^2+3x-1=0$ 2
 $3^2-4\times 1\times (-1)=13>0$ 이므로 근의 개수는 2이다.

(2) $x^2-5x+7=0$ 0
 $(-5)^2-4\times 1\times 7=-3<0$ 이므로 근의 개수는 0이다.

(3) $x^2+4x+4=0$ 1
 $4^2-4\times 1\times 4=0$ 이므로 근의 개수는 1이다.

(4) $x^2-4x-5=0$ 2

(5) $x^2-6x+9=0$ 1

(6) $3x^2+2x+4=0$ 0

(7) $3x^2+5x-2=0$ 2

(8) $2x^2-8x+3=0$ 2

(9) $4x^2+3x+2=0$ 0

(10) $16x^2-8x+1=0$ 1

... 이차방정식의 근의 개수 (2)

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)에서

(1) 서로 다른 두 근 $\rightarrow b^2-4ac > 0$

(2) 중근 $\rightarrow b^2-4ac = 0$

(3) 근이 없다. $\rightarrow b^2-4ac < 0$

02 이차방정식 $x^2+4x+k=0$ 의 근이 다음과 같을 때, 상수 k 의 값 또는 범위를 구하시오.

(1) 서로 다른 두 근 $k < 4$

$$4^2-4 \times 1 \times k > 0$$

$$16-4k > 0, 4k < 16 \quad \therefore k < 4$$

(2) 중근 $k = 4$

$$16-4k = 0 \quad \therefore k = 4$$

(3) 근이 없다. $k > 4$

$$16-4k < 0 \quad \therefore k > 4$$

03 이차방정식 $3x^2-2x-k=0$ 의 근이 다음과 같을 때, 상수 k 의 값 또는 범위를 구하시오.

(1) 서로 다른 두 근 $k > -\frac{1}{3}$

$$(-2)^2-4 \times 3 \times (-k) > 0, 12k > -4 \quad \therefore k > -\frac{1}{3}$$

(2) 중근 $k = -\frac{1}{3}$

$$4+12k = 0 \quad \therefore k = -\frac{1}{3}$$

(3) 근이 없다. $k < -\frac{1}{3}$

$$4+12k < 0 \quad \therefore k < -\frac{1}{3}$$

04 다음 이차방정식이 근을 가질 때, 상수 k 의 값의 범위를 구하시오.

(1) $x^2-2x-k=0$ $k \geq -1$

$$(-2)^2-4 \times 1 \times (-k) \geq 0 \text{에서 } 4+4k \geq 0$$

$$\therefore k \geq -1$$

(2) $x^2+3x-2k=0$ $k \geq -\frac{9}{8}$

$$3^2-4 \times 1 \times (-2k) \geq 0 \text{에서 } 9+8k \geq 0$$

$$\therefore k \geq -\frac{9}{8}$$

(3) $2x^2+3x+k=0$ $k \leq \frac{9}{8}$

$$3^2-4 \times 2 \times k \geq 0 \text{에서 } 9-8k \geq 0$$

$$\therefore k \leq \frac{9}{8}$$

05 다음 이차방정식이 근을 갖지 않을 때, 상수 k 의 값의 범위를 구하시오.

(1) $x^2+2x+k=0$ $k > 1$

$$2^2-4 \times 1 \times k < 0 \text{에서 } 4-4k < 0$$

$$\therefore k > 1$$

(2) $x^2+3x+k=0$ $k > \frac{9}{4}$

$$3^2-4 \times 1 \times k < 0 \text{에서 } 9-4k < 0$$

$$\therefore k > \frac{9}{4}$$

(3) $x^2-5x-k=0$ $k < -\frac{25}{4}$

$$(-5)^2-4 \times 1 \times (-k) < 0 \text{에서 } 25+4k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{25}{4}$$

06 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

(1) $x^2-4x+k=0$ 4

$$(-4)^2-4 \times 1 \times k = 0 \text{에서 } 16-4k = 0$$

$$\therefore k = 4$$

(2) $x^2-8x-k=0$ -16

$$(-8)^2-4 \times 1 \times (-k) = 0 \text{에서 } 64+4k = 0$$

$$\therefore k = -16$$

(3) $2x^2+10x+5k=0$ $\frac{5}{2}$

$$10^2-4 \times 2 \times 5k = 0 \text{에서 } 100-40k = 0$$

$$\therefore k = \frac{5}{2}$$



10

이차방정식 구하기

2 이차방정식의 활용

(1) 두 근이 α, β 이고 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식은 $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$

예 두 근이 $-1, 2$ 이고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은

$$2(x+1)(x-2)=0, \text{ 즉 } 2x^2-2x-4=0$$

(2) 중근이 α 이고 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식은 $a(x-\alpha)^2=0$

예 중근이 2 이고 x^2 의 계수가 3 인 이차방정식은

$$3(x-2)^2=0, \text{ 즉 } 3x^2-12x+12=0$$

이차방정식 구하기(1)

두 근이 α, β 이고 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식

$$\rightarrow a(x-\alpha)(x-\beta)=0$$

01 다음 조건을 만족시키는 x 에 대한 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타내시오.

(1) 두 근이 $1, 3$ 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식

$$(x-1)(x-3)=0 \quad \therefore x^2-4x+3=0 \quad \mathbf{x^2-4x+3=0}$$

(2) 두 근이 $-1, 2$ 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식

$$(x+1)(x-2)=0 \quad \therefore x^2-x-2=0 \quad \mathbf{x^2-x-2=0}$$

(3) 두 근이 $2, 3$ 이고 x^2 의 계수가 -1 인 이차방정식

$$-(x-2)(x-3)=0 \quad \therefore -x^2+5x-6=0 \quad \mathbf{-x^2+5x-6=0}$$

(4) 두 근이 $-2, -4$ 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식

$$(x+2)(x+4)=0 \quad \therefore x^2+6x+8=0 \quad \mathbf{x^2+6x+8=0}$$

(5) 두 근이 $1, 3$ 이고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식

$$2(x-1)(x-3)=0 \quad \therefore 2x^2-8x+6=0 \quad \mathbf{2x^2-8x+6=0}$$

(6) 두 근이 $-1, 2$ 이고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식

$$2(x+1)(x-2)=0 \quad \therefore 2x^2-2x-4=0 \quad \mathbf{2x^2-2x-4=0}$$

(7) 두 근이 $-2, -3$ 이고 x^2 의 계수가 3 인 이차방정식

$$3(x+2)(x+3)=0 \quad \therefore 3x^2+15x+18=0 \quad \mathbf{3x^2+15x+18=0}$$

(8) 두 근이 $-2, 2$ 이고 x^2 의 계수가 4 인 이차방정식

$$4(x+2)(x-2)=0 \quad \therefore 4x^2-16=0 \quad \mathbf{4x^2-16=0}$$

(9) 두 근이 $\frac{1}{2}, 3$ 이고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식

$$2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-3)=0 \quad \therefore 2x^2-7x+3=0 \quad \mathbf{2x^2-7x+3=0}$$

(10) 두 근이 $-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$ 이고 x^2 의 계수가 9 인 이차방정식

$$9\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)=0 \quad \therefore 9x^2+9x+2=0$$

이차방정식 구하기(2)

중근이 α 이고 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식

$$\rightarrow a(x-\alpha)^2=0$$

02 다음 조건을 만족시키는 x 에 대한 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타내시오.

(1) 중근이 3이고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식
 $(x-3)^2=0 \quad \therefore x^2-6x+9=0 \quad \mathbf{x^2-6x+9=0}$

(2) 중근이 -2이고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식
 $(x+2)^2=0 \quad \therefore x^2+4x+4=0 \quad \mathbf{x^2+4x+4=0}$

(3) 중근이 2이고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식
 $2(x-2)^2=0 \quad \therefore 2x^2-8x+8=0 \quad \mathbf{2x^2-8x+8=0}$

(4) 중근이 3이고 x^2 의 계수가 -1인 이차방정식
 $-(x-3)^2=0 \quad \therefore -x^2+6x-9=0 \quad \mathbf{-x^2+6x-9=0}$

(5) 중근이 -2이고 x^2 의 계수가 3인 이차방정식
 $3(x+2)^2=0 \quad \therefore 3x^2+12x+12=0 \quad \mathbf{3x^2+12x+12=0}$

(6) 중근이 3이고 x^2 의 계수가 $\frac{1}{3}$ 인 이차방정식
 $\frac{1}{3}(x-3)^2=0 \quad \therefore \frac{1}{3}x^2-2x+3=0 \quad \mathbf{\frac{1}{3}x^2-2x+3=0}$

(7) 중근이 $\frac{1}{2}$ 이고 x^2 의 계수가 4인 이차방정식
 $4(x-\frac{1}{2})^2=0 \quad \therefore 4x^2-4x+1=0 \quad \mathbf{4x^2-4x+1=0}$

(8) 중근이 $\frac{1}{3}$ 이고 x^2 의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 이차방정식
 $\frac{1}{2}(x-\frac{1}{3})^2=0 \quad \therefore \frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{18}=0 \quad \mathbf{\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{18}=0}$

03 다음을 구하십시오. (단, a, b 는 상수)

(1) 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 이 두 근 2, 5를 가질 때,
 a, b 의 값 $\mathbf{a=-7, b=10}$

두 근이 2, 5이므로 $(x-2)(x-5)=0$
 $x^2-7x+10=0 \quad \therefore a=-7, b=10$

(2) $x^2+ax+b=0$ 이 두 근 2, -3을 가질 때, a, b 의
 값 $\mathbf{a=1, b=-6}$

두 근이 2, -3이므로 $(x-2)(x+3)=0$
 $x^2+x-6=0 \quad \therefore a=1, b=-6$

(3) 이차방정식 $x^2-ax+b=0$ 이 두 근 3, 4를 가질 때,
 a, b 의 값 $\mathbf{a=7, b=12}$

두 근이 3, 4이므로 $(x-3)(x-4)=0$
 $x^2-7x+12=0 \quad \therefore a=7, b=12$

(4) 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 이 중근 4를 가질 때, a, b 의 값 $\mathbf{a=-8, b=16}$

중근이 4이므로 $(x-4)^2=0$
 $x^2-8x+16=0 \quad \therefore a=-8, b=16$

(5) 이차방정식 $2x^2-ax+b=0$ 이 두 근 1, 5를 가질
 때, a, b 의 값 $\mathbf{a=12, b=10}$

두 근이 1, 5이므로 $2(x-1)(x-5)=0$
 $2x^2-12x+10=0 \quad \therefore a=12, b=10$

(6) 이차방정식 $3x^2+ax+b=0$ 이 두 근 -2, -4를
 가질 때, a, b 의 값 $\mathbf{a=18, b=24}$

두 근이 -2, -4이므로 $3(x+2)(x+4)=0$
 $3x^2+18x+24=0 \quad \therefore a=18, b=24$



11

이차방정식의 활용

2 이차방정식의 활용

이차방정식의 활용 문제는 다음과 같은 순서로 푼다.

- ① 문제의 뜻을 파악하고, 구하려는 것을 미지수 x 로 놓는다.
- ② 문제의 뜻에 맞게 x 에 대한 이차방정식을 세운다.
- ③ 이차방정식을 푼다.
- ④ 구한 해 중에서 문제의 뜻에 맞는 것을 답으로 택한다.

참고 길이, 넓이, 부피, 시간, 속력, 거리 등은 양수가 되어야 하고, 개수, 나이 등은 자연수가 되어야 한다.

... 수에 대한 문제

- (1) 어떤 수에 3을 더하여 제곱한 수 $\rightarrow (x+3)^2$
- (2) 어떤 수의 2배보다 5만큼 큰 수 $\rightarrow 2x+5$

01 어떤 수에 4를 더하여 제곱한 수는 어떤 수의 2배보다 7만큼 크다고 할 때, 어떤 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

- (1) 어떤 수를 x 라 할 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

• 어떤 수에 4를 더하여 제곱한 수:

$$(x + \boxed{4})^2$$

• 어떤 수의 2배보다 7만큼 큰 수:

$$x \times \boxed{2} + \boxed{7}$$

- (2) x 에 대한 이차방정식을 세우시오. $(x+4)^2=2x+7$

- (3) (2)에서 세운 이차방정식을 푸시오. $x=-3$

$$(x+4)^2=2x+7 \text{에서 } x^2+8x+16=2x+7$$

$$x^2+6x+9=0, (x+3)^2=0 \quad \therefore x=-3$$

- (4) 어떤 수를 구하시오. -3

02 어떤 수에 3을 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 어떤 수에 3을 더하여 2배를 하였는데 그 결과가 같았을 때, 어떤 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

- (1) 어떤 수를 x 라 할 때, □ 안에 알맞은 식을 써넣으시오.

- 어떤 수에 3을 더하여 제곱한 수: $(x+3)^2$
- 어떤 수에 3을 더하여 2배 한 수: $2(x+3)$

- (2) x 에 대한 이차방정식을 세우시오. $(x+3)^2=2(x+3)$

- (3) (2)에서 세운 대한 이차방정식을 푸시오. $x=-3$ 또는 $x=-1$

$$(x+3)^2=2(x+3) \text{에서 } x+3=A \text{로 놓으면}$$

$$A^2-2A=0, A(A-2)=0 \quad \therefore A=0 \text{ 또는 } A=2$$

$$\text{즉, } x+3=0 \text{ 또는 } x+3=2 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=-1$$

- (4) 어떤 수를 구하시오. -3 또는 -1

연속하는 수에 대한 문제

(1) 연속하는 두 자연수 $\rightarrow x, \boxed{x+1}$ (2) 연속하는 두 짝수 $\rightarrow x, \boxed{x+2}$

(3) 연속하는 세 자연수

 $\rightarrow x-1, \boxed{x}, \boxed{x+1}$ 또는 $x, \boxed{x+1}, \boxed{x+2}$ **03** 연속하는 두 자연수의 곱이 182일 때, 두 자연수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.(1) 작은 수를 x 라 할 때, 큰 수를 x 에 대한 식으로 나타내시오. $x+1$ (2) x 에 대한 이차방정식을 세우시오. $x(x+1)=182$

(3) (2)에서 세운 이차방정식을 푸시오.

$$x(x+1)=182 \text{에서 } x^2+x-182=0 \quad x=-14 \text{ 또는 } x=13$$

$$(x+14)(x-13)=0 \quad \therefore x=-14 \text{ 또는 } x=13$$

(4) 두 자연수를 구하시오. 13, 14

04 연속하는 세 자연 수 중 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 곱의 2배보다 20만큼 작다고 할 때, 가장 큰 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.(1) $\square$ 안에 알맞은 식을 써넣으시오.세 자연수를 $\boxed{x-1}, x, \boxed{x+1}$ 로 놓는다.(2) x 에 대한 이차방정식을 세우시오.

$$(x+1)^2=2x(x-1)-20$$

(3) (2)에서 세운 이차방정식을 푸시오.

$$x^2+2x+1=2x^2-2x-20, x^2-4x-21=0 \quad x=-3 \text{ 또는 } x=7$$

$$(x+3)(x-7)=0 \quad \therefore x=-3 \text{ 또는 } x=7$$

(4) 가장 큰 수를 구하시오. 8

나이에 대한 문제

민아와 동생의 나이의 차가 2세일 때,

 $\rightarrow$ 민아가 x 세이면 동생은 $\boxed{x-2}$ 세 $\rightarrow$ 민아와 동생의 나이의 합은 $x + \boxed{x-2} = \boxed{2x-2}$ **05** 은지와 동생의 나이의 차는 3세이고 은지와 동생의 나이의 제곱의 합이 89일 때, 은지의 나이를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.(1) 은지의 나이를 x 세라 할 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.동생의 나이: $(x - \boxed{3})$ 세(2) x 에 대한 이차방정식을 세우시오.

$$x^2 + (x-3)^2 = 89$$

(3) (2)에서 세운 이차방정식을 푸시오.

$$2x^2 - 6x + 9 = 89, x^2 - 3x - 40 = 0 \quad x = -5 \text{ 또는 } x = 8$$

$$(x+5)(x-8)=0 \quad \therefore x=-5 \text{ 또는 } x=8$$

(4) 은지의 나이를 구하시오. 8세

06 민주와 동생의 나이 차는 4세이다. 민주와 동생의 나이의 제곱의 합이 208일 때, 민주의 나이를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.(1) 민주의 나이를 x 세라 할 때, 동생의 나이를 x 에 대한 식으로 나타내시오. $(x-4)$ 세(2) x 에 대한 이차방정식을 세우고 푸시오.

$$x^2 + (x-4)^2 = 208, x = -8 \text{ 또는 } x = 12$$

$$2x^2 - 8x + 16 = 208, x^2 - 4x - 96 = 0$$

$$(x+8)(x-12)=0 \quad \therefore x=-8 \text{ 또는 } x=12$$

(3) 민주의 나이를 구하시오. 12세

... ○ 쏘아 올린 물체에 대한 문제 ○ ...

t 초 후의 높이가 $(-5t^2 + 20t)$ m로 주어질 때,
처음으로 a m 높이의 지점을 지날 때까지 걸린 시간은
→ $-5t^2 + 20t = \boxed{a}$ 에서 t 의 값을 구한다.

07 지면에서 초속 15 m로 차올린 공의 t 초 후의 높이를
 $(-5t^2 + 15t)$ m라 할 때, 이 공은 몇 초 후에 지면에 떨어
지는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 공이 다시 지면에 떨어질 때의 높이는 몇 m인지 구
하시오. **0 m**

(2) t 에 대한 이차방정식을 세우시오. **$-5t^2 + 15t = 0$**

(3) (2)에서 세운 이차방정식을 푸시오. **$t=0$ 또는 $t=3$**
 $-5t^2 + 15t = 0$ 에서 $t(t-3)=0$ ∴ $t=0$ 또는 $t=3$

(4) 차올린 공은 몇 초 후에 지면에 떨어지는지 구하
시오. **3초 후**

08 지면에서 초속 40 m로 발사한 물 로켓의 t 초 후의 높이를
 $(-5t^2 + 40t)$ m라 할 때, 이 물 로켓이 처음으로 35 m
높이의 지점을 지나는 것은 발사하고 몇 초 후인지 구하
려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) t 에 대한 이차방정식을 세우시오. **$-5t^2 + 40t = 35$**

(2) (1)에서 세운 이차방정식을 푸시오. **$t=1$ 또는 $t=7$**
 $-5t^2 + 40t = 35$ 에서 $t^2 - 8t + 7 = 0$
 $(t-1)(t-7)=0$ ∴ $t=1$ 또는 $t=7$

(3) 물 로켓이 처음으로 35 m 높이의 지점을 지나는 것
은 발사하고 몇 초 후인지 구하시오. **1초 후**

... ○ 도형에 대한 문제 ○ ...

• 직사각형의 둘레의 길이를 $2a$, 가로 길이를 x 라 하면

→ (가로의 길이)+(세로의 길이): **a**

→ (세로의 길이): **$a-x$**

→ (넓이): **$x(a-x)$**

09 둘레의 길이가 32 cm인 직사각형의 넓이가 48 cm^2 일 때,
가로의 길이를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 가로의 길이를 x cm라 할 때, $\square$ 안에 알맞은 것을
써넣으시오.

• (가로의 길이)+(세로의 길이): 16 cm

• 세로의 길이 : (**$16-x$**) cm

(2) x 에 대한 이차방정식을 세우시오.

$x(16-x)=48$

(3) (2)에서 세운 이차방정식을 푸시오.

$x(16-x)=48$ 에서 $x^2-16x+48=0$

$x=4$ 또는 $x=12$

$(x-4)(x-12)=0$ ∴ $x=4$ 또는 $x=12$

(4) 가로의 길이를 구하시오. **4 cm 또는 12 cm**

10 밑변의 길이가 높이보다 2 cm가 더 짧은 삼각형의 넓이가
 24 cm^2 일 때, 밑변의 길이를 구하려고 한다. 다음 물음에
답하시오.

(1) 밑변의 길이를 x cm라 할 때, 높이를 x 에 대한 식으
로 나타내시오. **$(x+2)$ cm**

(2) x 에 대한 이차방정식을 세우고 푸시오.

$\frac{1}{2}x(x+2)=24$, $x=-8$ 또는 $x=6$

(3) 밑변의 길이를 구하시오. **6 cm**

- 11** 한 변의 길이가 10 cm인 정사각형의 가로의 길이를 x cm 늘이고, 세로의 길이를 x cm 줄여서 직사각형을 만들었다. 만든 직사각형의 넓이가 처음 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 일 때, 처음 정사각형의 가로의 길이를 몇 cm 늘였는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 x 에 대한 식으로 나타내시오.

가로: $(10+x)$ cm, 세로: $(10-x)$ cm

(2) x 에 대한 이차방정식을 세우시오.

$$(10+x)(10-x)=50$$

(3) (2)에서 세운 이차방정식을 푸시오. $x=\pm 5\sqrt{2}$

$$100-x^2=50 \text{에서 } x^2=50 \quad \therefore x=\pm 5\sqrt{2}$$

(4) 가로를 몇 cm 늘였는지 구하시오. $5\sqrt{2}$ cm

... 물건의 개수에 대한 문제

한 사람에게 나누어 줄 수 있는 연필의 수는 학생 수보다 3만큼 적다.

→ 학생 수를 x 라 하면 한 사람에게 나누어 줄 수 있는 연필의 수는 $x-3$

- 12** 사탕 45개를 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 하는데 한 사람에게 돌아가는 사탕 수는 학생 수보다 4만큼 적다고 할 때, 학생 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 학생 수를 x 라 할 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

한 사람당 사탕 수: $x - \boxed{4}$

(2) x 에 대한 이차방정식을 세우시오. $x(x-4)=45$

(3) (2)에서 세운 이차방정식을 푸시오.

$$x(x-4)=45 \text{에서 } x^2-4x-45=0$$

$$x=-5 \text{ 또는 } x=9$$

$$(x+5)(x-9)=0 \quad \therefore x=-5 \text{ 또는 } x=9$$

(4) 학생 수를 구하시오. **9**

- 13** 초콜릿 80개를 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 하는데 한 사람에게 돌아가는 초콜릿 수는 학생 수보다 2만큼 적다고 할 때, 학생 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 학생 수를 x 라 할 때, 한 사람당 초콜릿 수를 x 에 대한 식으로 나타내시오. $x-2$

(2) x 에 대한 이차방정식을 세우시오. $x(x-2)=80$

(3) (2)에서 세운 이차방정식을 푸시오.

$$x=-8 \text{ 또는 } x=10$$

(4) 학생 수를 구하시오. **10**

- 14** 굴 40개를 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 하는데 한 사람에게 돌아가는 굴 수는 학생 수보다 3만큼 적다고 한다. 학생 수를 구하시오. **8**

학생 수를 x 라 하면 한 사람당 굴 수는 $(x-3)$ 이므로

$$x(x-3)=40, x^2-3x-40=0, (x-8)(x+5)=0$$

$$\therefore x=8 \text{ 또는 } x=-5$$

$x>0$ 이므로 구하는 학생 수는 8이다.



내신 도전

01 이차방정식 $2x^2 - 3x - 3 = 0$ 의 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{4}$ 일 때,
 $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

- ① 30 ☒ ② 36 ③ 42
 ④ 45 ⑤ 48

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{4} \text{이므로 } a=3, b=33$$

$$\therefore a+b=3+33=36$$

02 이차방정식 $x^2 - x + a = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$ 일 때,
 상수 a 의 값을 구하시오. **-3**

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times a}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4a}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{이므로}$$

$$1-4a=13 \quad \therefore a=-3$$

03 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2 - 0.7x + 0.2 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① $-\frac{7}{5}$ ② -1 ③ $-\frac{2}{5}$
 ④ $\frac{3}{5}$ ☒ ⑤ $\frac{7}{5}$

양변에 10을 곱하면 $5x^2 - 7x + 2 = 0$ 이므로

$$(x-1)(5x-2)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=\frac{2}{5}$$

따라서 두 근의 합은 $1 + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$

04 이차방정식 $(x+1)^2 + 7(x+1) - 18 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -9$ 또는 $x = -2$
 ② $x = -9$ 또는 $x = 1$
 ③ $x = -10$ 또는 $x = -1$
☒ ④ $x = -10$ 또는 $x = 1$
 ⑤ $x = -10$ 또는 $x = 2$

$x+1=A$ 로 놓으면

$$A^2 + 7A - 18 = 0, (A+9)(A-2) = 0$$

$$\therefore A = -9 \text{ 또는 } A = 2$$

$$\text{즉, } x+1 = -9 \text{ 또는 } x+1 = 2$$

$$\therefore x = -10 \text{ 또는 } x = 1$$

05 다음 중 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 근을 갖도록 하는
 상수 k 의 값으로 적당한 것은?

- ☒ ① 2 ② $\frac{22}{7}$ ③ $\frac{7}{2}$
 ④ 4 ⑤ $\frac{27}{5}$

$$(-6)^2 - 4 \times 3 \times k = 36 - 12k \geq 0 \quad \therefore k \leq 3$$

06 다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

- ① $2x^2 - x - 2 = 0$ ② $x^2 + 4x - 2 = 0$
 ③ $x^2 + 4x + 4 = 0$ ④ $x^2 - 7x + 3 = 0$
☒ ⑤ $3x^2 + 2x + 1 = 0$

$$\textcircled{1} (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-2) = 1 + 16 = 17 > 0 \quad \therefore 2\text{개}$$

$$\textcircled{2} 4^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 16 + 8 = 24 > 0 \quad \therefore 2\text{개}$$

$$\textcircled{3} 4^2 - 4 \times 1 \times 4 = 16 - 16 = 0 \quad \therefore 1\text{개}$$

$$\textcircled{4} (-7)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 49 - 12 = 37 > 0 \quad \therefore 2\text{개}$$

$$\textcircled{5} 2^2 - 4 \times 3 \times 1 = 4 - 12 = -8 < 0 \quad \therefore 0\text{개}$$

- 07** 이차방정식 $(a-1)x^2 + (a-1)x + 1 = 0$ 이 중근 b 를 가질 때, $4ab$ 의 값을 구하시오. **-10**

$(a-1)^2 - 4 \times (a-1) \times 1 = 0$ 이어야 하므로

$$a^2 - 6a + 5 = 0, (a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a=1 \text{ 또는 } a=5$$

그런데 $a \neq 1$ 이므로 $a=5$

$a=5$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$4x^2 + 4x + 1 = 0, (2x+1)^2 = 0 \quad \therefore x = -\frac{1}{2}$$

따라서 중근 $-\frac{1}{2}$ 을 가지므로 $b = -\frac{1}{2}$

$$\therefore 4ab = 4 \times 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -10$$

- 08** 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-\frac{1}{2}$, 3일 때, 상수 a , b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

✓ ① -2 ② -1 ③ 0

④ 1 ⑤ 2

두 근이 $-\frac{1}{2}$, 3이고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은

$$2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x-3) = 0 \quad \therefore 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

따라서 $a = -5$, $b = -3$ 이므로 $a-b = -5 - (-3) = -2$

- 09** 이차방정식 $3x^2 - 6x + m = 0$ 이 중근을 가질 때, m , $m+3$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은? (단, m 은 상수)

① $2x^2 - 18 - 81 = 0$ ② $2x^2 - 18x - 36 = 0$

✓ ③ $2x^2 - 18x + 36 = 0$ ④ $2x^2 + 18x - 81 = 0$

⑤ $2x^2 + 18x + 36 = 0$

$$(-6)^2 - 4 \times 3 \times m = 0 \text{이므로 } 36 - 12m = 0 \quad \therefore m = 3$$

따라서 3, 6을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은

$$2(x-3)(x-6) = 0 \quad \therefore 2x^2 - 18x + 36 = 0$$

- 10** 연속하는 두 자연수의 제곱의 합이 113일 때, 이 두 수의 합은?

① 13 ✓ ② 15 ③ 17

④ 19 ⑤ 21

두 수 중 작은 수를 x 라 하면 $x^2 + (x+1)^2 = 113$

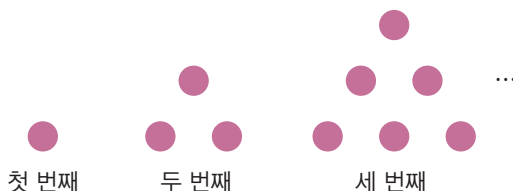
$$2x^2 + 2x - 112 = 0, x^2 + x - 56 = 0$$

$$(x+8)(x-7) = 0 \quad \therefore x = -8 \text{ 또는 } x = 7$$

x 는 자연수이므로 $x = 7$

따라서 두 자연수는 7, 8이므로 $7+8=15$

- 11** 다음 그림과 같이 점을 찍어 삼각형 모양을 만들 때, n 번째 삼각형에 사용한 점의 개수는 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 사용한 점의 개수가 21인 삼각형은 몇 번째 삼각형인지 구하시오. **6번째**

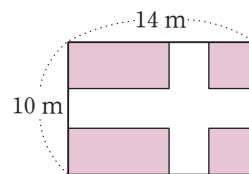


$$\frac{n(n+1)}{2} = 21 \text{에서 } n^2 + n - 42 = 0$$

$$(n+7)(n-6) = 0 \quad \therefore n = 6 \quad (\because n \text{은 자연수})$$

따라서 사용한 점의 개수가 21인 삼각형은 6번째 삼각형이다.

- 12** 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 14 m, 10 m인 직사각형 모양의 땅에 폭이 일정한 길을 만들었더니 길을 제외한 땅의 넓이가 77 m^2 였다. 이때 이 길의 폭은?



① 1 m ② 2 m ✓ ③ 3 m

④ 4 m ⑤ 5 m

길의 폭을 x m라 하면 $(14-x)(10-x) = 77$

$$x^2 - 24x + 63 = 0, (x-3)(x-21) = 0$$

$$0 < x < 10 \text{이므로 } x = 3$$

따라서 길의 폭은 3 m이다.



대단원 평가

01 다음 중 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은?

- ① $(x+2)(x-3)=1$
 - ② $x(x+1)=2x$
 - ✓ ③ $(x-1)(2x-1)=2x^2-1$
 - ④ $(x-2)^2=-4x$
 - ⑤ $3x^2+2=x+2$
- ① $x^2-x-6=1$ 에서 $x^2-x-7=0$
 ② $x^2+x=2x$ 에서 $x^2-x=0$
 ③ $2x^2-3x+1=2x^2-1$ 에서 $-3x+2=0$
 ④ $x^2-4x+4=-4x$ 에서 $x^2+4=0$
 ⑤ $3x^2-x=0$

02 다음 이차방정식 중 [] 안의 수가 해가 되는 것은?

- ① $(x-2)^2=0$ [-1]
 - ② $x^2-5x+3=0$ [1]
 - ③ $2x^2-4x=0$ [-2]
 - ✓ ④ $x^2-2x-3=0$ [-1]
 - ⑤ $2(x+2)(x-1)=0$ [2]
- ① $(-1-2)^2=9 \neq 0$
 ② $1^2-5 \times 1+3=-1 \neq 0$
 ③ $2 \times (-2)^2-4 \times (-2)=16 \neq 0$
 ④ $(-1)^2-2 \times (-1)-3=0$
 ⑤ $2(2+2)(2-1)=8 \neq 0$

03 두 이차방정식 $x^2+3x-4=0$, $x^2-x-20=0$ 을 동시에 만족시키는 해는?

- ✓ ① $x=-4$ ② $x=-2$ ③ $x=1$
 - ④ $x=4$ ⑤ $x=5$
- $x^2+3x-4=0$, $(x+4)(x-1)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=1$
 $x^2-x-20=0$, $(x+4)(x-5)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=5$
 따라서 구하는 해는 $x=-4$

04 이차방정식 $4x^2-5x+1=0$ 을 풀면?

- ① $x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{4}$
 - ② $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{4}$
 - ③ $x=1$ 또는 $x=-\frac{1}{4}$
 - ✓ ④ $x=1$ 또는 $x=\frac{1}{4}$
 - ⑤ $x=2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
- $4x^2-5x+1=0$, $(x-1)(4x-1)=0$
 $\therefore x=1$ 또는 $x=\frac{1}{4}$

05 다음 이차방정식 중 중근을 갖지 않는 것은?

- ① $2(x-1)^2=0$ ✓ ② $x^2=25$
 - ③ $\frac{1}{4}x^2-x+1=0$ ④ $-2x^2+8x-8=0$
 - ⑤ $\left(x-\frac{1}{3}\right)^2=0$
- ① $x=1$
 ② $x=\pm 5$
 ③ $\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2=0$ $\therefore x=2$
 ④ $-2(x^2-4x+4)=0$, $-2(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$
 ⑤ $x=\frac{1}{3}$

06 x 에 대한 이차방정식 $x^2+2x+3k-2=0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하시오. 1

- $3k-2=\left(\frac{2}{2}\right)^2$, $3k=3$
 $\therefore k=1$
 [다른 풀이]
 $2^2-4(3k-2)=0$ 이어야 하므로
 $4-12k+8=0$, $-12k=-12$ $\therefore k=1$

07 다음 중 이차방정식과 그 해가 잘못 짝지어진 것은?

- ① $x^2=9 \rightarrow x=\pm 3$
 ② $2x^2=4 \rightarrow x=\pm\sqrt{2}$
 ③ $(x-1)^2=3 \rightarrow x=1\pm\sqrt{3}$
 ✓④ $(2x+1)^2=5 \rightarrow x=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{5}$
 ⑤ $2(x+1)^2=16 \rightarrow x=-1\pm 2\sqrt{2}$
 ① $x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$
 ② $x^2=2 \quad \therefore x=\pm\sqrt{2}$
 ③ $x-1=\pm\sqrt{3} \quad \therefore x=1\pm\sqrt{3}$
 ④ $2x+1=\pm\sqrt{5}, 2x=-1\pm\sqrt{5} \quad \therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$
 ⑤ $(x+1)^2=8, x+1=\pm\sqrt{8} \quad \therefore x=-1\pm 2\sqrt{2}$

08 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2-3x+1=0$ 을 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 의 값은?

- ✓① $a=-3, b=7$ ② $a=-\frac{2}{3}, b=\frac{5}{4}$
 ③ $a=\frac{3}{2}, b=\frac{5}{4}$ ④ $a=3, b=7$
 ⑤ $a=6, b=11$
 양변에 2를 곱하면
 $x^2-6x+2=0, x^2-6x=-2$
 $x^2-6x+9=-2+9$
 $(x-3)^2=7$
 $\therefore a=-3, b=7$

09 이차방정식 $2x^2+3x-1=0$ 을 풀면?

- ① $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$ ✓② $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$
 ③ $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$ ④ $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=-1$
 ⑤ $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-1$
 $x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times 2\times (-1)}}{2\times 2}=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$

10 이차방정식 $3x^2-4ax-2(a+3)=0$ 의 한 근이 $x=-2$ 일 때, 다른 한 근은? (단, a 는 상수)

- ① $x=2$ ② $x=\frac{3}{2}$ ③ $x=1$
 ✓④ $x=\frac{2}{3}$ ⑤ $x=-1$

주어진 식에 $x=-2$ 를 대입하면

$$12+8a-2a-6=0, 6a=-6 \quad \therefore a=-1$$

$$3x^2+4x-4=0, (x+2)(3x-2)=0$$

$$\therefore x=-2 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

11 이차방정식 $0.1x^2+0.3x-1=0$ 의 두 근의 곱을 구하시오. **-10**

양변에 10을 곱하면 $x^2+3x-10=0$ 이므로

$$(x+5)(x-2)=0 \quad \therefore x=-5 \text{ 또는 } x=2$$

따라서 두 근의 곱은 $-5\times 2=-10$

12 이차방정식 $3x^2+5x-1=0$ 의 근이 $x=\frac{a\pm\sqrt{b}}{6}$ 일 때, $b-a$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수) **42**

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times 3\times (-1)}}{2\times 3}=\frac{-5\pm\sqrt{37}}{6}$$

따라서 $a=-5, b=37$ 이므로

$$b-a=37-(-5)=42$$



13 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 가장 많은 것은?

- ① $2x^2 - 3x + 4 = 0$ ② $4x^2 - 4x + 1 = 0$
 ✓ ③ $2(x-3)^2 = 4$ ④ $x^2 - x + 1 = 0$
 ⑤ $x^2 + 10x + 25 = 0$
 ① $(-3)^2 - 4 \times 2 \times 4 = -23 < 0$ ∴ 0개
 ② $(-4)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0$ ∴ 1개
 ③ $(x-3)^2 = 2$ 에서 $x^2 - 6x + 9 = 2$ 이므로 $x^2 - 6x + 7 = 0$
 ∴ $(-6)^2 - 4 \times 1 \times 7 = 8 > 0$ ∴ 2개
 ④ $(-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$ ∴ 0개
 ⑤ $10^2 - 4 \times 1 \times 25 = 0$ ∴ 1개

14 이차방정식 $x^2 - 2x + 2k - 1 = 0$ 이 근을 가질 때, 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k \leq \frac{1}{2}$ ② $k \geq 2$ ✓ ③ $k \leq 1$
 ④ $k \geq 1$ ⑤ $k \leq 2$
 $(-2)^2 - 4 \times 1 \times (2k - 1) \geq 0$
 $4 - 8k + 4 \geq 0, -8k \geq -8$ ∴ $k \leq 1$

15 이차방정식 $x^2 - 6x + 3k + 2 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 상수 k 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ -0
 ④ 1 ✓ ⑤ 2

두 근을 각각 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면 이 값을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x - \alpha)\{x - (\alpha + 2)\} = 0, x^2 - (2\alpha + 2)x + \alpha^2 + 2\alpha = 0$$

$2\alpha + 2 = 6$ 에서 $\alpha = 2$
 $3k + 2 = \alpha^2 + 2\alpha$ 에서 $3k + 2 = 8$
 $3k = 6$ ∴ $k = 2$

16 어떤 자연수를 제곱해야 할 것을 잘못하여 2배하였더니 제곱한 것보다 15만큼 작았다고 한다. 이때 어떤 자연수는?

- ① 9 ② 8 ③ 7
 ④ 6 ✓ ⑤ 5

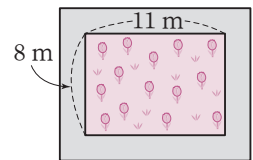
어떤 자연수를 x 라 하면 $x^2 - 15 = 2x$
 $x^2 - 2x - 15 = 0, (x + 3)(x - 5) = 0$
 ∴ $x = -3$ 또는 $x = 5$
 x 는 자연수이므로 $x = 5$
 따라서 어떤 자연수는 5이다.

17 지면에서 10 m 높이의 건물 옥상에서 초속 40 m로 쏘아 올린 물 로켓의 t 초 후의 지면으로 부터의 높이는 $(-5t^2 + 40t + 10)$ m이다. 이 물 로켓이 처음으로 지면으로부터의 높이가 70 m가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 1초 후 ✓ ② 2초 후 ③ 3초 후
 ④ 4초 후 ⑤ 6초 후

$-5t^2 + 40t + 10 = 70$ 에서
 $-5t^2 + 40t - 60 = 0, t^2 - 8t + 12 = 0$
 $(t - 2)(t - 6) = 0$ ∴ $t = 2$ 또는 $t = 6$
 따라서 처음으로 지면으로부터의 높이가 70 m가 되는 것은 쏘아 올린지 2초 후이다.

18 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 11 m, 8 m인 직사각형 모양의 꽃밭의 주위에 폭이 일정한 산책로를 만들었더니 산책로의 넓이가 92 m^2 이었다. 산책로의 폭은 몇 m인지 구하십시오. 2 m



산책로의 폭을 x m라 하면
 $(11 + 2x)(8 + 2x) - 11 \times 8 = 92, 2x^2 + 19x - 46 = 0$
 $(2x + 23)(x - 2) = 0$ ∴ $x = 2$ (∵ $x > 0$)
 따라서 산책로의 폭은 2 m이다.



IV

이차함수

이 단원에서 공부해야 할 필수 개념

1 이차함수와 그 그래프

- 개념 01 이차함수
- 개념 02 이차함수 $y=x^2$, $y=-x^2$ 의 그래프
- 개념 03 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프
- 개념 04 이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프
- 개념 05 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프
- 개념 06 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프

내신 도전

2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

- 개념 07 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프
- 개념 08 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 a, b, c 의 부호
- 개념 09 이차함수의 식 구하기
- 개념 10 이차함수의 최댓값과 최솟값
- 개념 11 이차함수의 최댓값과 최솟값의 활용

내신 도전

대단원 평가



01

이차함수

1 이차함수와 그 그래프

(1) 이차함수: 함수 $y=f(x)$ 에서 y 가 x 에 대한 이차식

$$y=ax^2+bx+c(a, b, c \text{는 상수}, a \neq 0)$$

로 나타낼 때, 이 함수를 x 에 대한 이차함수라 한다.

예 $y=x^2+x+2, y=-2x^2+3x-1 \rightarrow$ 이차함수이다.

$$y=2x+1, y=\frac{1}{x^2}-1 \rightarrow \text{이차함수가 아니다.}$$

(2) 함숫값: 함수 $y=f(x)$ 에서 x 의 값에 따라 결정되는 y 의 값

예 함수 $f(x)=x^2+3x+1$ 에 대하여 $f(-2)=(-2)^2+3 \times (-2)+1=-1$

이차함수 찾기

함수 $y=f(x)$ 가 이차함수이다.

$\rightarrow y=(x \text{에 대한 이차식})$

$\rightarrow y=ax^2+bx+c$ (단, a, b, c 는 상수, $a \neq 0$)

01 다음 중 이차함수인 것은 ○표, 이차함수가 아닌 것은 ×표를 하시오.

(1) $y=x^2+2x+3$ (○)

(2) $y=3x-2$ (×)

(3) $x^2+3x-5=0$ (×)

이차방정식

(4) $y=\frac{2}{x^2}$ (×)

(5) $y=5(x-1)^2+1$ (○)

(6) $y=x^2-x(x-3)$ (×)

02 다음에서 x 와 y 사이의 관계를 식으로 나타내고 y 가 x 에 대한 이차함수인 것은 ○표, 이차함수가 아닌 것은 ×표를 하시오.

(1) 한 변의 길이가 x cm인 정삼각형의 둘레의 길이 y cm $y=3x$ (×)

(2) 반지름의 길이가 $(x+2)$ cm인 원의 넓이 y cm²
 $y=\pi x^2+4\pi x+4\pi$ (○)
 $y=\pi(x+2)^2=\pi x^2+4\pi x+4\pi$

(3) 한 모서리의 길이가 x cm인 정육면체의 부피 y cm³ $y=x^3$ (×)

(4) 밑면의 반지름의 길이가 x cm, 높이가 10 cm인 원기둥의 부피 y cm³ $y=10\pi x^2$ (○)

(5) 가로와 세로의 길이가 각각 $(x-1)$ cm, $(x+1)$ cm인 직사각형의 넓이 y cm² (○)
 $y=(x-1)(x+1)=x^2-1$ $y=x^2-1$

이차함수의 함숫값

이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 에서 함숫값 $f(k)$

→ $f(x) = ax^2 + bx + c$ 에 $x = \boxed{k}$ 를 대입하여 얻은 값

→ $f(\boxed{k}) = a\boxed{k^2} + b\boxed{k} + c$

03 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $x = 1$ 일 때의 함숫값 **-1**

$x = 1$ 을 대입하면 $1 - 4 + 2 = -1$

(2) $x = 2$ 일 때의 함숫값 **-2**

(3) $x = 0$ 일 때의 함숫값 **2**

(4) $x = -1$ 일 때의 함숫값 **7**

(5) $x = -2$ 일 때의 함숫값 **14**

04 이차함수 $f(x) = 4x^2 - 2x - 5$ 에 대하여 다음을 구하시오.

(1) $f(1)$ 의 값 **-3**

$x = 1$ 을 대입하면 $f(1) = 4 - 2 - 5 = -3$

(2) $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값 **-5**

$x = \frac{1}{2}$ 을 대입하면 $f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \times \frac{1}{4} - 2 \times \frac{1}{2} - 5 = 1 - 1 - 5 = -5$

(3) $f(0)$ 의 값 **-5**

(4) $f(-1)$ 의 값 **1**

(5) $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ 의 값 **-3**

05 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x)$ 와 그 함숫값이 다음과 같을 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

(1) $f(x) = x^2 - 2x + a, f(1) = 1$ **2**

$f(1) = 1 - 2 + a = a - 1 = 1 \quad \therefore a = 2$

(2) $f(x) = x^2 + ax - 1, f(-1) = -3$ **3**

$f(-1) = 1 - a - 1 = -a = -3 \quad \therefore a = 3$

(3) $f(x) = -x^2 + ax + 4, f(3) = -5$ **0**

$f(3) = -9 + 3a + 4 = 3a - 5 = -5 \quad \therefore a = 0$

(4) $f(x) = 5x^2 + 3x + a, f(-2) = 8$ **-6**

$f(-2) = 20 - 6 + a = a + 14 = 8 \quad \therefore a = -6$

(5) $f(x) = ax^2 - 3x + 7, f(2) = -7$ **-2**

$f(2) = 4a - 6 + 7 = 4a + 1 = -7$ 에서

$4a = -8 \quad \therefore a = -2$

(6) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - ax + 3, f(1) = 4$ **$\frac{1}{2}$**

$f(1) = \frac{3}{2} - a + 3 = -a + \frac{9}{2} = 4$ 에서

$-a = -\frac{1}{2} \quad \therefore a = \frac{1}{2}$

(7) $f(x) = ax^2 + 7x + 3, f(-2) = 1$ **3**

$f(-2) = 4a - 14 + 3 = 4a - 11 = 1$ 에서

$4a = 12 \quad \therefore a = 3$

(8) $f(x) = -ax^2 + 5x + 6, f(3) = -6$ **3**

$f(3) = -9a + 15 + 6 = -9a + 21 = -6$ 에서

$-9a = -27 \quad \therefore a = 3$



개념

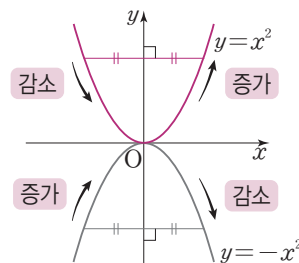
02

이차함수 $y=x^2$, $y=-x^2$ 의 그래프

이차함수와 그 그래프

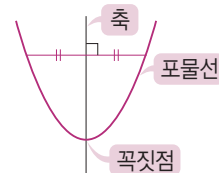
(1) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프

- ① 원점 $(0, 0)$ 을 지나고 아래로 볼록한 곡선이다.
- ② y 축에 대칭이다.
- ③ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.



(2) 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프

- ① 원점 $(0, 0)$ 을 지나고 위로 볼록한 곡선이다.
- ② y 축에 대칭이다.
- ③ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ④ 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이다.



(3) 포물선: 이차함수 $y=x^2$, $y=-x^2$ 의 그래프와 같은 모양의 곡선

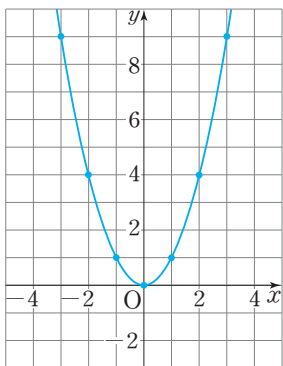
- ① 축: 포물선은 선대칭도형이고, 그 대칭축을 포물선의 축이라 한다.
- ② 꼭짓점: 포물선과 축의 교점을 포물선의 꼭짓점이라 한다.

이차함수 $y=x^2$ 의 그래프 그리기

이차함수 $y=x^2$ 에서

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

01 위의 표를 이용하여 x 의 값의 범위가 실수 전체일 때, 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 그리시오.

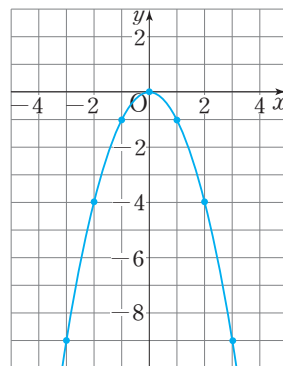


이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프 그리기

이차함수 $y=-x^2$ 에서

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	...

02 위의 표를 이용하여 x 의 값의 범위가 실수 전체일 때, 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 그리시오.



... 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프의 성질 ...

- ① 원점을 꼭짓점으로 하고, 아래로 볼록한 곡선이다.
 ② 축의 방정식은 $x=0$ 이고, y 축에 대칭이다.
 ③ $x<0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고
 $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

03 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프에 대하여 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

(1) 점 (0, 0)을 지난다. (○)

(2) 그래프의 모양은 아래로 볼록한 곡선이다. (○)

(3) x 축에 대칭이다. (×)
 y 축에 대칭이다.

(4) $x<0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. (○)

(5) $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. (×)
 $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

(6) 제1사분면, 제3사분면을 지난다. (×)
 제1사분면, 제2사분면을 지난다.

(7) 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이다. (○)

... 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프의 성질 ...

- ① 원점을 꼭짓점으로 하고, 위로 볼록한 곡선이다.
 ② 축의 방정식은 $x=0$ 이고, y 축에 대칭이다.
 ③ $x<0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고
 $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

04 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프에 대하여 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

(1) 점 (0, 0)을 지난다. (○)

(2) 그래프의 모양은 아래로 볼록한 곡선이다. (×)
 그래프의 모양은 위로 볼록한 곡선이다.

(3) y 축에 대칭이다. (○)

(4) $x<0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. (○)

(5) $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. (×)
 $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

(6) 제3사분면, 제4사분면을 지난다. (○)

(7) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이다. (○)



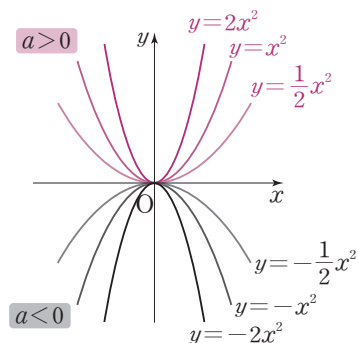
03

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프

이차함수와 그 그래프

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프는

- ① 원점을 꼭짓점으로 하고, y 축을 축으로 하는 포물선이다.
- ② $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
- ③ a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
- ④ 이차함수 $y=-ax^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이다.
- ⑤ $a > 0 \rightarrow x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ⑥ $a < 0 \rightarrow x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

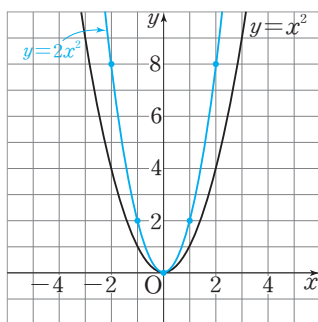


이차함수 $y=ax^2(a>0)$ 의 그래프 그리기

이차함수 $y=2x^2$ 에서

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y=x^2$	...	4	1	0	1	4	...
$y=2x^2$	...	8	2	0	2	8	...

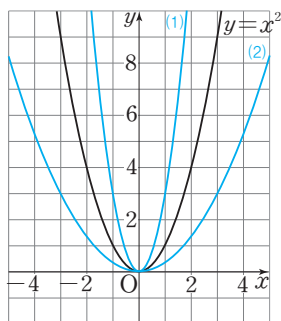
01 위의 표와 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 이용하여 $y=2x^2$ 의 그래프를 그리시오.



02 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

(1) $y=3x^2$

(2) $y=\frac{1}{3}x^2$

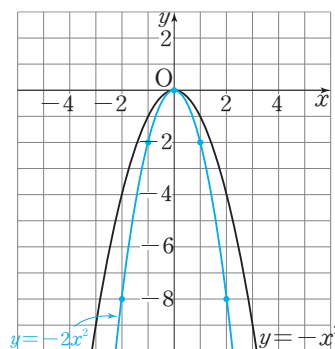


이차함수 $y=ax^2(a<0)$ 의 그래프 그리기

이차함수 $y=-2x^2$ 에서

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$y=-x^2$	...	-4	-1	0	-1	-4	...
$y=-2x^2$	...	-8	-2	0	-2	-8	...

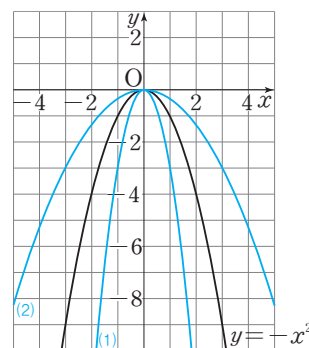
03 위의 표와 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 이용하여 $y=-2x^2$ 의 그래프를 그리시오.



04 이차함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

(1) $y=-3x^2$

(2) $y=-\frac{1}{3}x^2$



... 이차함수 $y=ax^2(a>0)$ 의 그래프의 성질 ...

- ① 꼭짓점의 좌표는 (,)이다.
- ② 축의 방정식은 이다.
- ③ 그래프의 모양은 볼록하다.
- ④ $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 한다.
- ⑤ $x<0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 한다.

05 이차함수 $y=4x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 ☐ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) 꼭짓점의 좌표:

(2) 축의 방정식:

(3) 그래프의 모양: 로 볼록

(4) 그래프가 지나는 사분면:
제 사분면, 제 사분면

(5) x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 구간:

(6) 두 점 (1,), (2,)을 지난다.

$x=1$ 을 대입하면 $y=4 \times 1^2=4$

$x=2$ 를 대입하면 $y=4 \times 2^2=16$

(7) x 축에 대칭인 그래프의 식:

... 이차함수 $y=ax^2(a<0)$ 의 그래프의 성질 ...

- ① 꼭짓점의 좌표는 (,)이다.
- ② 축의 방정식은 이다.
- ③ 그래프의 모양은 볼록하다.
- ④ $x>0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 한다.
- ⑤ $x<0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 한다.

06 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 ☐ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

(1) 꼭짓점의 좌표:

(2) 축의 방정식:

(3) 그래프의 모양: 로 볼록

(4) 그래프가 지나는 사분면:
제 사분면, 제 사분면

(5) x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 구간:

(6) 두 점 (-2 ,) , (3,)을 지난다.

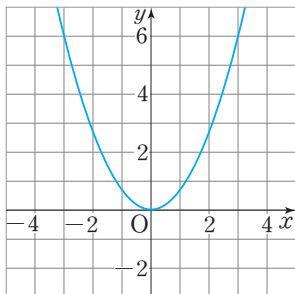
$x=-2$ 를 대입하면 $y=-\frac{1}{3} \times (-2)^2=-\frac{4}{3}$

$x=3$ 을 대입하면 $y=-\frac{1}{3} \times 3^2=-3$

(7) x 축에 대칭인 그래프의 식:

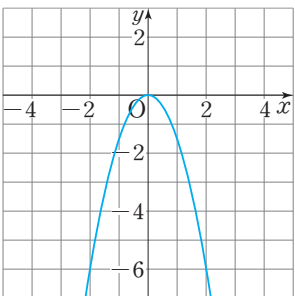
07 다음 이차함수의 그래프를 그리고, 표를 완성하시오.

(1) $y = \frac{2}{3}x^2$



	$y = \frac{2}{3}x^2$
꼭짓점의 좌표	(0, 0)
축의 방정식	$x=0$
그래프의 모양	아래로 볼록
x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위	$x > 0$
x 축에 대칭인 그래프의 식	$y = -\frac{2}{3}x^2$

(2) $y = -\frac{3}{2}x^2$



	$y = -\frac{3}{2}x^2$
꼭짓점의 좌표	(0, 0)
축의 방정식	$x=0$
그래프의 모양	위로 볼록
x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위	$x < 0$
x 축에 대칭인 그래프의 식	$y = \frac{3}{2}x^2$

08 다음 보기의 이차함수에 대하여 물음에 답하시오.

보기

ㄱ. $y = 3x^2$ ㄴ. $y = -4x^2$ ㄷ. $y = \frac{1}{2}x^2$
 ㄹ. $y = -\frac{1}{2}x^2$ ㅁ. $y = -\frac{4}{3}x^2$ ㅂ. $y = \frac{1}{5}x^2$
 ㅅ. $y = 5x^2$ ㅇ. $y = -\frac{1}{7}x^2$ ㅈ. $y = -x^2$

(1) 그래프의 모양이 아래로 볼록한 것을 모두 고르시오.
ㄱ, ㄷ, ㅂ, ㅅ

(2) 그래프의 모양이 위로 볼록한 것을 모두 고르시오.
ㄴ, ㄹ, ㅁ, ㅇ, ㅈ

(3) 그래프의 폭이 가장 좁은 것을 고르시오. ㅅ
 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프는 $|a|$ 의 값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

(4) 그래프의 폭이 가장 넓은 것을 고르시오. ㅇ

(5) 그래프가 x 축에 서로 대칭인 것끼리 짝 지으시오.
ㄷ과 ㄹ

(6) 그래프가 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하는 것을 모두 고르시오. ㄴ, ㄹ, ㅁ, ㅇ, ㅈ

(7) 그래프가 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하는 것을 모두 고르시오. ㄱ, ㄷ, ㅂ, ㅅ

... 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 지나는 점 ...

이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 점 (p, q) 를 지난다.

→ $y=ax^2$ 에 $x=\boxed{p}$, $y=\boxed{q}$ 를 대입하면 등식이 성립한다.

09 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 다음 점을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

(1) $(1, 3)$ 3

$y=ax^2$ 에 $x=1, y=3$ 을 대입하면 $3=a \times 1^2$
 $\therefore a=3$

(2) $(2, 8)$ 2

$y=ax^2$ 에 $x=2, y=8$ 을 대입하면 $8=a \times 2^2$
 $4a=8 \quad \therefore a=2$

(3) $(3, -18)$ -2

$y=ax^2$ 에 $x=3, y=-18$ 을 대입하면 $-18=a \times 3^2$
 $9a=-18 \quad \therefore a=-2$

(4) $(2, 2)$ $\frac{1}{2}$

(5) $\left(-1, \frac{1}{3}\right)$ $\frac{1}{3}$

(6) $(-2, -28)$ -7

10 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프가 다음 점을 지날 때, a 의 값을 구하시오.

(1) $(1, a)$ 3

$y=3x^2$ 에 $x=1, y=a$ 를 대입하면 $a=3 \times 1^2=3$

(2) $(-2, a)$ 12

$y=3x^2$ 에 $x=-2, y=a$ 를 대입하면 $a=3 \times (-2)^2=12$

(3) $(a, 9)$ ($a < 0$) $-\sqrt{3}$

$y=3x^2$ 에 $x=a, y=9$ 를 대입하면
 $9=3 \times a^2, a^2=3 \quad \therefore a=-\sqrt{3} (\because a < 0)$

(4) $(a, a+2)$ ($a > 0$) 1

$y=3x^2$ 에 $x=a, y=a+2$ 를 대입하면
 $a+2=3 \times a^2, 3a^2-a-2=0, (3a+2)(a-1)=0$
 $\therefore a=1 (\because a > 0)$

11 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프가 다음 점을 지날 때, a, b 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수)

(1) $(2, -4), (3, b)$ $a=-1, b=-9$

$y=ax^2$ 에 $x=2, y=-4$ 를 대입하면
 $-4=a \times 2^2, 4a=-4 \quad \therefore a=-1$
 즉, $y=-x^2$ 의 그래프가 점 $(3, b)$ 를 지나므로
 $b=-3^2=-9$

(2) $(1, 3), (b, 12)$ ($b > 0$) $a=3, b=2$

$y=ax^2$ 에 $x=1, y=3$ 을 대입하면
 $3=a \times 1^2 \quad \therefore a=3$
 즉, $y=3x^2$ 의 그래프가 점 $(b, 12)$ 를 지나므로
 $12=3b^2, b^2=4 \quad \therefore b=2 (\because b > 0)$



04

이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프

이차함수와 그 그래프

이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

$$y=ax^2 \xrightarrow[y\text{축의 방향으로 } q\text{만큼 평행이동}]{y\text{축의 방향으로}} y=ax^2+q$$

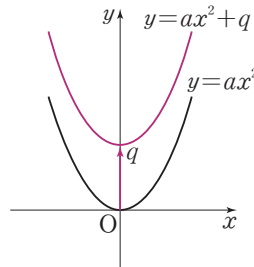
(1) 꼭짓점의 좌표는 $(0, q)$ 이다.

(2) 축의 방정식은 $x=0$ (y 축)이다.

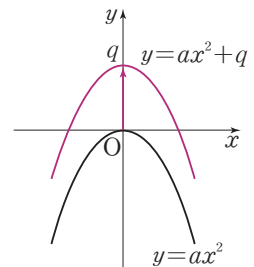
참고 이차함수의 그래프를 평행이동하면 그래프의 모양과 폭은 변하지 않고 위치만 바뀐다.

→ 그래프의 모양과 폭을 결정하는 x^2 의 계수 a 는 변하지 않는다.

$a>0, q>0$



$a<0, q>0$



이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프 그리기

이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프는 $y=ax^2$ 의 그래프 위의 각 점에 대하여 y 좌표에 q 만큼 더한 점을 연결하여 그린다.

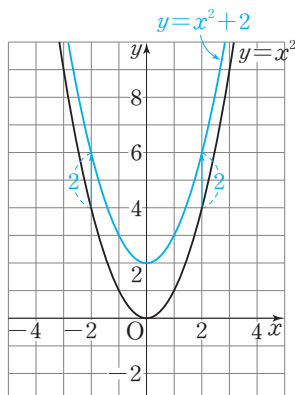
01 이차함수 $y=x^2$ 과 $y=x^2+2$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 다음 표를 완성하시오.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
x^2	...	9	4	1	0	1	4	9	...
x^2+2	...	11	6	3	2	3	6	11	...

(2) 위의 표에서 x 의 각 값에 대하여 이차함수 $y=x^2+2$ 의 함숫값은 이차함수 $y=x^2$ 의 함숫값보다 항상 **2**만큼 크다.

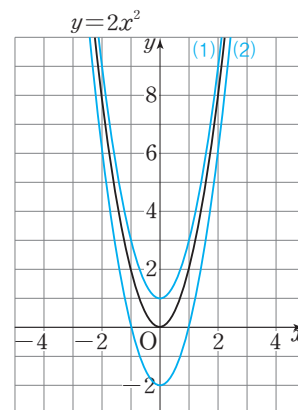
(3) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 이용하여 $y=x^2+2$ 의 그래프를 그리시오.



02 이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

(1) $y=2x^2+1$

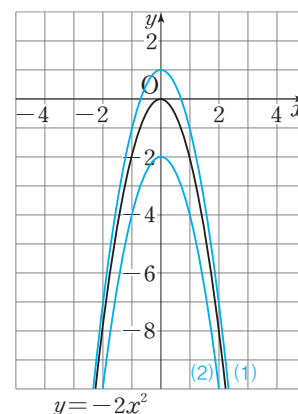
(2) $y=2x^2-2$



03 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

(1) $y=-2x^2+1$

(2) $y=-2x^2-2$



... 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프의 평행이동 ...

이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프는 $y=ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

04 다음 이차함수의 그래프를 y 축의 방향으로 [] 안의 수만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하시오.

(1) $y=x^2$ [5] $y=x^2+5$

(2) $y=2x^2$ [3] $y=2x^2+3$

(3) $y=\frac{1}{2}x^2$ [1] $y=\frac{1}{2}x^2+1$

(4) $y=3x^2$ [-1] $y=3x^2-1$

(5) $y=\frac{2}{3}x^2$ [-4] $y=\frac{2}{3}x^2-4$

(6) $y=-x^2$ [2] $y=-x^2+2$

(7) $y=-\frac{2}{5}x^2$ [$\frac{1}{3}$] $y=-\frac{2}{5}x^2+\frac{1}{3}$

(8) $y=-2x^2$ [-2] $y=-2x^2-2$

05 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하시오.

(1) $y=x^2+2$ 2

(2) $y=x^2+\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$

(3) $y=x^2-3$ -3

(4) $y=x^2-\frac{3}{4}$ $-\frac{3}{4}$

06 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=-3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하시오.

(1) $y=-3x^2+4$ 4

(2) $y=-3x^2+\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$

(3) $y=-3x^2-9$ -9

(4) $y=-3x^2-\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$

... 이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프의 꼭짓점과 축 ...

이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프에서

(1) 꼭짓점의 좌표: ($\boxed{0}$, $\boxed{q}$)

(2) 축의 방정식: $x=\boxed{0}$ ($\boxed{y}$ 축)

07 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 차례대로 구하시오.

(1) $y=x^2+5$ ($0, 5$), $x=0$

(2) $y=2x^2+3$ ($0, 3$), $x=0$

(3) $y=3x^2-2$ ($0, -2$), $x=0$

(4) $y=\frac{1}{2}x^2-9$ ($0, -9$), $x=0$

(5) $y=-2x^2+6$ ($0, 6$), $x=0$

(6) $y=-7x^2+\frac{1}{2}$ ($0, \frac{1}{2}$), $x=0$

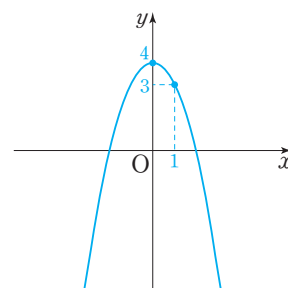
(7) $y=-x^2-1$ ($0, -1$), $x=0$

(8) $y=-5x^2-\frac{5}{6}$ ($0, -\frac{5}{6}$), $x=0$

08 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점과 그래프가 지나는 다른 점을 이용하여 그 그래프를 그리시오.

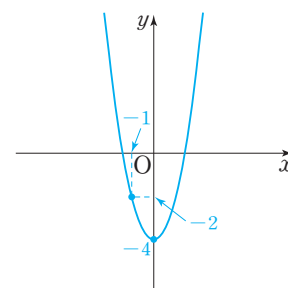
(1) $y=-x^2+4$

두 점 $(0, 4)$, $(1, 3)$ 을
지나는 포물선을 그린다.



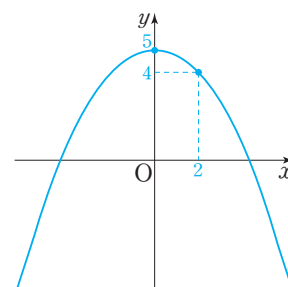
(2) $y=2x^2-4$

두 점 $(0, -4)$, $(-1, -2)$ 을
지나는 포물선을 그린다.



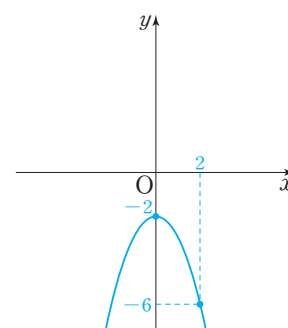
(3) $y=-\frac{1}{4}x^2+5$

두 점 $(0, 5)$, $(2, 4)$ 을
지나는 포물선을 그린다.



(4) $y=-x^2-2$

두 점 $(0, -2)$, $(2, -6)$ 을
지나는 포물선을 그린다.



이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프의 성질

- ① 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행 이동한 것이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(0, q)$ 이고, 축의 방정식은 $x=0$ 이다.
- ③ $q > 0$ 이면 그래프가 y 축의 양의 방향(위쪽)으로 이동하고, $q < 0$ 이면 그래프가 y 축의 음의 방향(아래쪽)으로 이동한다.
- ④ 이차함수의 그래프를 평행이동하면 그래프의 **모양**과 **폭**은 변하지 않고 위치만 변한다.

09 다음 중 이차함수 $y=3x^2-4$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

- (1) 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다. (○)
- (2) 꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$ 이고, 축의 방정식은 $x=0$ 이다. (×)
꼭짓점의 좌표는 $(0, -4)$ 이다.
- (3) 아래로 볼록한 포물선이다. (○)
- (4) $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. (×)
 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

10 다음 중 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

- (1) 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이다. (×)
 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.
- (2) 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이고, 축의 방정식은 $x=0$ 이다. (○)
- (3) 아래로 볼록한 포물선이다. (×)
- (4) $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. (○)

이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프가 지나는 점

이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프가 점 $(1, k)$ 를 지난다
 $\rightarrow x=1, y=k$ 를 대입하여 k 의 값을 구한다.

11 다음 이차함수의 그래프가 주어진 점을 지날 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

(1) $y=2x^2+2, (-1, k)$ **4**
 $y=2x^2+2$ 에 $x=-1, y=k$ 를 대입하면
 $k=2 \times (-1)^2+2=4$

(2) $y=x^2-4, (1, k)$ **-3**

(3) $y=3x^2-5, (2, k)$ **7**

(4) $y=-x^2+5, (-2, k)$ **1**

(5) $y=-\frac{1}{2}x^2-1, (-4, k)$ **-9**

(6) $y=3x^2+k, (2, 3)$ **-9**
 $y=3x^2+k$ 에 $x=2, y=3$ 을 대입하면
 $3=12+k \quad \therefore k=-9$

(7) $y=-kx^2-1, (-2, 7)$ **-2**
 $y=-kx^2-1$ 에 $x=-2, y=7$ 을 대입하면
 $7=-4k-1, -4k=8$
 $\therefore k=-2$

(8) $y=kx^2+2, (-3, 8)$ **$\frac{2}{3}$**
 $y=kx^2+2$ 에 $x=-3, y=8$ 을 대입하면
 $8=9k+2, 9k=6$
 $\therefore k=\frac{2}{3}$



개념

05

이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프

이차함수와 그 그래프

이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 것이다.

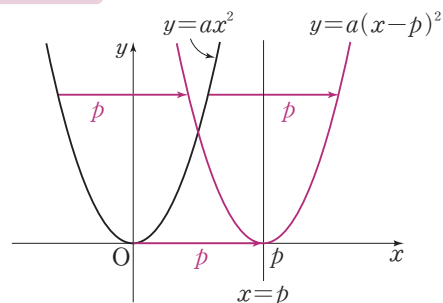
$$y=ax^2 \xrightarrow[p\text{만큼 평행이동}]{x\text{축의 방향으로}} y=a(x-p)^2$$

(1) 꼭짓점의 좌표: $(p, 0)$

(2) 축의 방정식: $x=p$

참고 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=p$ 이므로 그래프가 증가 또는 감소하는 범위는 $x=p$ 를 기준으로 생각한다.

$a>0, p>0$



이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프 그리기

이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프는 $y=ax^2$ 의 그래프 위의 각 점에 대하여 x 좌표에 p 만큼 더한 점을 연결하여 그린다.

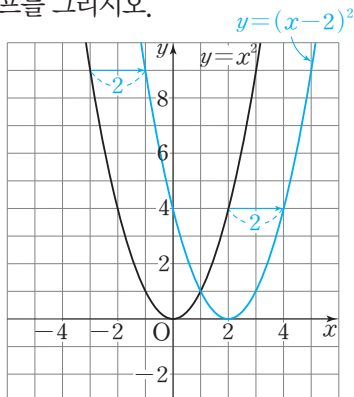
01 이차함수 $y=x^2$ 과 $y=(x-2)^2$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 다음 표를 완성하시오.

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
x^2	...	9	4	1	0	1	4	9	...
$(x-2)^2$	...	25	16	9	4	1	0	1	...

(2) 위의 표에서 x 의 값이 -3, -2, -1, 0, 1일 때, $y=x^2$ 의 함숫값은 x 의 값이 -1, 0, 1, 2, 3일 때, $y=(x-2)^2$ 의 함숫값과 각각 같다.

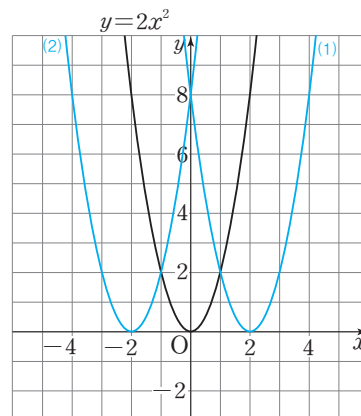
(3) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 이용하여 $y=(x-2)^2$ 의 그래프를 그리시오.



02 이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

(1) $y=2(x-2)^2$

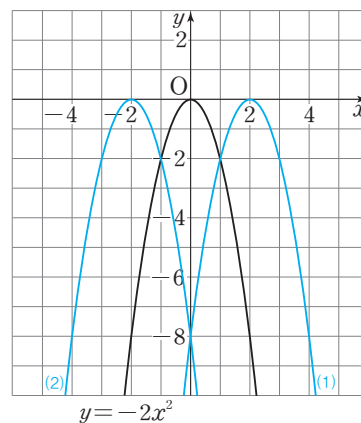
(2) $y=2(x+2)^2$



03 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

(1) $y=-2(x-2)^2$

(2) $y=-2(x+2)^2$



... 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프의 평행이동 ...

이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프는 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\boxed{p}$ 만큼 평행이동한 것이다.

04 다음 이차함수의 그래프를 x 축의 방향으로 [] 안의 수만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하시오.

(1) $y=x^2$ [3] $y=(x-3)^2$

(2) $y=3x^2$ [2] $y=3(x-2)^2$

(3) $y=\frac{1}{3}x^2$ [1] $y=\frac{1}{3}(x-1)^2$

(4) $y=2x^2$ [-3] $y=2(x+3)^2$

(5) $y=\frac{5}{2}x^2$ [-5] $y=\frac{5}{2}(x+5)^2$

(6) $y=-x^2$ [4] $y=-(x-4)^2$

(7) $y=-\frac{1}{4}x^2$ [$\frac{3}{2}$] $y=-\frac{1}{4}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2$

(8) $y=-3x^2$ [-1] $y=-3(x+1)^2$

05 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하시오.

(1) $y=2(x-2)^2$ 2

(2) $y=2\left(x-\frac{2}{3}\right)^2$ $\frac{2}{3}$

(3) $y=2(x+5)^2$ -5

(4) $y=2\left(x+\frac{5}{3}\right)^2$ $-\frac{5}{3}$

06 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=-\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하시오.

(1) $y=-\frac{3}{2}(x-5)^2$ 5

(2) $y=-\frac{3}{2}\left(x-\frac{3}{4}\right)^2$ $\frac{3}{4}$

(3) $y=-\frac{3}{2}(x+7)^2$ -7

(4) $y=-\frac{3}{2}\left(x+\frac{1}{4}\right)^2$ $-\frac{1}{4}$

... 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프의 꼭짓점과 축 ...

이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프에서

(1) 꼭짓점의 좌표: ($\boxed{p}$, $\boxed{0}$)

(2) 축의 방정식: $x=\boxed{p}$

07 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 차례대로 구하시오.

(1) $y=(x-4)^2$ ($4, 0$), $x=4$

(2) $y=3(x-1)^2$ ($1, 0$), $x=1$

(3) $y=2(x+3)^2$ ($-3, 0$), $x=-3$

(4) $y=\frac{2}{3}(x+5)^2$ ($-5, 0$), $x=-5$

(5) $y=-2(x-1)^2$ ($1, 0$), $x=1$

(6) $y=-8\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$ ($\frac{1}{2}, 0$), $x=\frac{1}{2}$

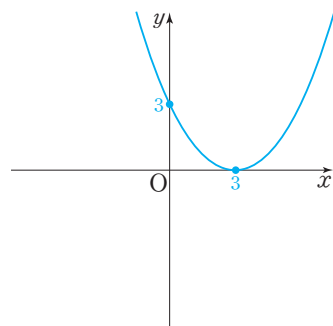
(7) $y=-(x+3)^2$ ($-3, 0$), $x=-3$

(8) $y=-3\left(x+\frac{5}{3}\right)^2$ ($-\frac{5}{3}, 0$), $x=-\frac{5}{3}$

08 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점과 그래프가 지나는 다른 한 점을 이용하여 그 그래프를 그리시오.

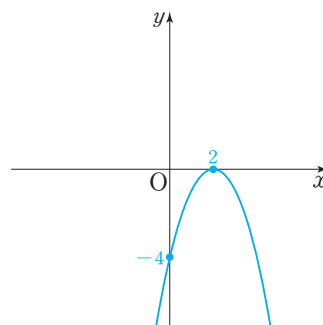
(1) $y=\frac{1}{3}(x-3)^2$

두 점 $(3, 0)$, $(0, 3)$ 을
지나는 포물선을 그린다.



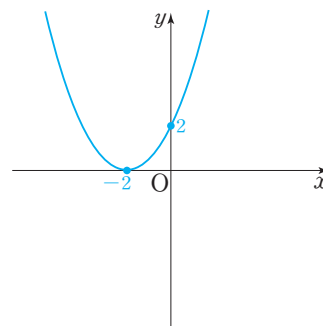
(2) $y=-(x-2)^2$

두 점 $(2, 0)$, $(0, -4)$ 을
지나는 포물선을 그린다.



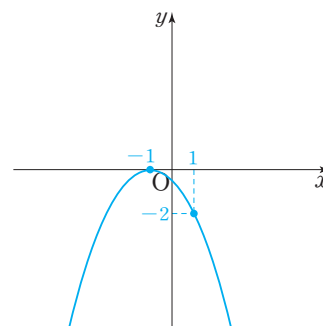
(3) $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$

두 점 $(-2, 0)$, $(0, 2)$ 을
지나는 포물선을 그린다.



(4) $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$

두 점 $(-1, 0)$, $(1, -2)$ 을
지나는 포물선을 그린다.



... 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프의 성질 ...

- ① 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행 이동한 것이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$ 이다.
- ③ $p > 0$ 이면 그래프가 x 축의 양의 방향(오른쪽)으로 이동하고,
 $p < 0$ 이면 그래프가 x 축의 음의 방향(왼쪽)으로 이동한다.
- ④ 이차함수의 그래프를 평행이동하면 그래프의 모양과 폭은 변하지 않고 위치만 변한다.

09 다음 중 이차함수 $y=3(x-4)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

(1) 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다. (○)

(2) 꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$ 이고, 축의 방정식은 $x=0$ 이다. (×)

꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$ 이고, 축의 방정식은 $x=4$ 이다.

(3) 아래로 볼록한 포물선이다. (○)

(4) $x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. (×)

$x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

10 다음 중 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x+3)^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

(1) 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다. (×)

x 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

(2) 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이고, 축의 방정식은 $x=-3$ 이다. (○)

(3) 제3사분면, 제4사분면을 지난다. (○)

(4) $x < -3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. (○)

... 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프가 지나는 점 ...

이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프가 점 $(1, k)$ 를 지난다

→ $x=1, y=k$ 를 대입하여 k 의 값을 구한다.

11 다음 이차함수의 그래프가 주어진 점을 지날 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

(1) $y=(x-3)^2, (1, k)$ 4

$y=(x-3)^2$ 에 $x=1, y=k$ 를 대입하면

$k=(1-3)^2=4$

(2) $y=2(x+1)^2, (2, k)$ 18

(3) $y=-(x-5)^2, (3, k)$ -4

(4) $y=-3(x-4)^2, (6, k)$ -12

(5) $y=-\frac{1}{3}(x+2)^2, (-5, k)$ -3

(6) $y=k(x+1)^2, (-4, -9)$ -1

$y=k(x+1)^2$ 에 $x=-4, y=-9$ 를 대입하면

$-9=9k \therefore k=-1$

(7) $y=k(x-3)^2, (1, 6)$ $\frac{3}{2}$

(8) $y=(x+k)^2 (k>0), (1, 4)$ 1

$y=(x+k)^2$ 에 $x=1, y=4$ 를 대입하면

$4=(1+k)^2, 1+k=\pm 2, k=-1 \pm 2$

$\therefore k=1 (\because k>0)$



개념

06

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프

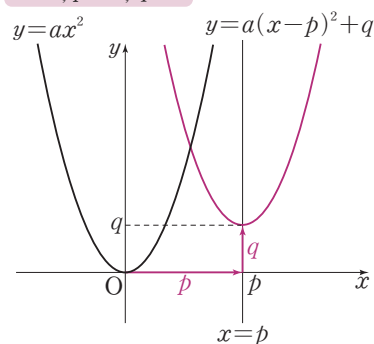
이차함수와 그 그래프

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

$$y=ax^2 \xrightarrow[\text{y축의 방향으로 } q \text{만큼 평행이동}]{\text{x축의 방향으로 } p \text{만큼,}} y=a(x-p)^2+q$$

- (1) 꼭짓점의 좌표: (p, q)
- (2) 축의 방정식: $x=p$

$a>0, p>0, q>0$



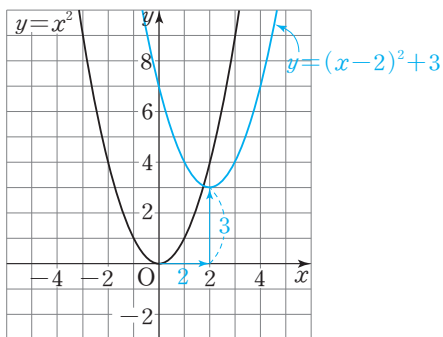
이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프 그리기

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프는 $y=ax^2$ 의 그래프 위의 각 점을 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 이동한 점을 연결하여 그린다.

01 이차함수 $y=x^2$ 과 $y=(x-2)^2+3$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

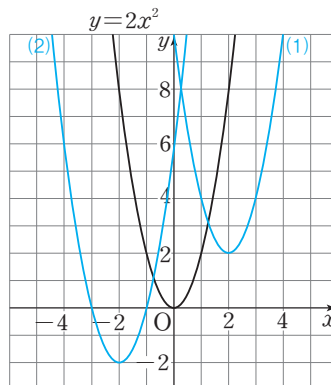
- (1) 이차함수 $y=(x-2)^2+3$ 의 그래프는 $y=x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 **2**만큼, y 축의 방향으로 **3**만큼 평행이동한 그래프이다.

- (2) 이차함수 $y=x^2$ 의 그래프를 이용하여 $y=(x-2)^2+3$ 의 그래프를 그리시오.



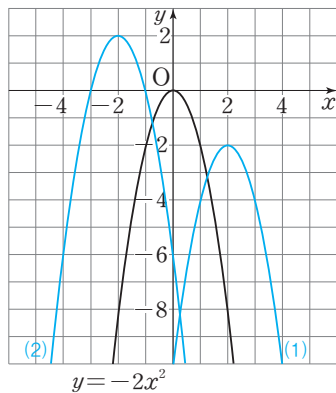
02 이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

- (1) $y=2(x-2)^2+2$
- (2) $y=2(x+2)^2-2$



03 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

- (1) $y=-2(x-2)^2-2$
- (2) $y=-2(x+2)^2+2$



... 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프의 평행이동 ...

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프는 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

04 다음 이차함수의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 [] 안의 수만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하시오.

(1) $y=x^2$ [1, 2] $y=(x-1)^2+2$

(2) $y=2x^2$ [3, 1] $y=2(x-3)^2+1$

(3) $y=3x^2$ [2, -4] $y=3(x-2)^2-4$

(4) $y=\frac{1}{2}x^2$ [-2, 2] $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$

(5) $y=4x^2$ [-5, -3] $y=4(x+5)^2-3$

(6) $y=-x^2$ [2, 4] $y=-(x-2)^2+4$

(7) $y=-\frac{2}{3}x^2$ [4, -1] $y=-\frac{2}{3}(x-4)^2-1$

(8) $y=-2x^2$ [-2, 1] $y=-2(x+2)^2+1$

05 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 얼마만큼 평행이동한 것인지 차례대로 구하시오.

(1) $y=2(x-1)^2+2$ 1, 2

(2) $y=2(x-2)^2-1$ 2, -1

(3) $y=2(x+1)^2+\frac{1}{3}$ -1, $\frac{1}{3}$

(4) $y=2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2-5$ $-\frac{3}{4}$, -5

06 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=-3x^2$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 얼마만큼 평행이동한 것인지 차례대로 구하시오.

(1) $y=-3(x-3)^2+\frac{5}{2}$ 3, $\frac{5}{2}$

(2) $y=-3\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-4$ $\frac{1}{2}$, -4

(3) $y=-3(x+2)^2+3$ -2, 3

(4) $y=-3(x+5)^2-2$ -5, -2

... 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프의 꼭짓점과 축

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프에서

(1) 꼭짓점의 좌표: ($\boxed{p}$, $\boxed{q}$)

(2) 축의 방정식: $x=\boxed{p}$

07 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 차례대로 구하시오.

(1) $y=(x-2)^2+5$ $(2, 5)$, $x=2$

(2) $y=4(x-1)^2+3$ $(1, 3)$, $x=1$

(3) $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-2$ $(3, -2)$, $x=3$

(4) $y=2(x+2)^2+4$ $(-2, 4)$, $x=-2$

(5) $y=3(x+1)^2-1$ $(-1, -1)$, $x=-1$

(6) $y=-(x-3)^2+1$ $(3, 1)$, $x=3$

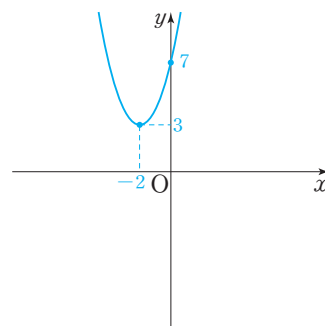
(7) $y=-\frac{2}{3}(x+4)^2+2$ $(-4, 2)$, $x=-4$

(8) $y=-7(x+1)^2-3$ $(-1, -3)$, $x=-1$

08 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점과 그래프가 지나는 다른 점을 이용하여 그 그래프를 그리시오.

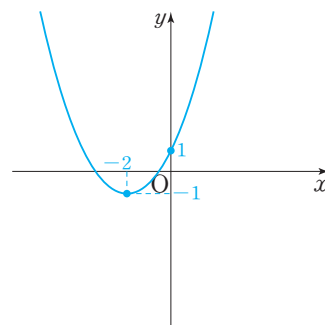
(1) $y=(x+2)^2+3$

두 점 $(-2, 3)$, $(0, 7)$ 을
지나는 포물선을 그린다.



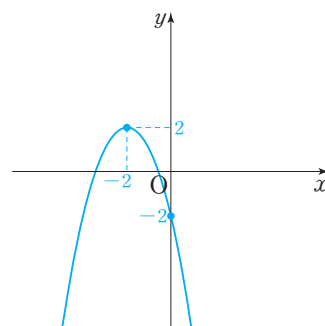
(2) $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-1$

두 점 $(-2, -1)$, $(0, 1)$ 을
지나는 포물선을 그린다.



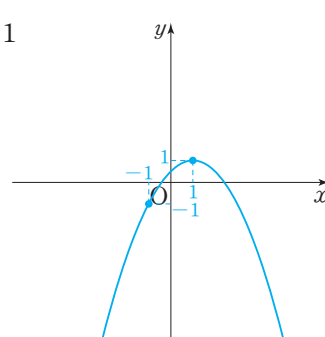
(3) $y=-(x+2)^2+2$

두 점 $(-2, 2)$, $(0, -2)$ 을
지나는 포물선을 그린다.



(4) $y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+1$

두 점 $(1, 1)$, $(-1, -1)$ 을
지나는 포물선을 그린다.



... 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프의 성질 ...

- ① 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼,
 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이다.
- ③ 이차함수의 그래프를 평행이동하면 그래프의 모양과 폭은 변하지 않고 위치만 변한다.

09 다음 중 이차함수 $y=3(x+4)^2-1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

(1) 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다. (○)

(2) 꼭짓점의 좌표는 $(4, -1)$ 이고, 축의 방정식은 $x=4$ 이다. (×)
 꼭짓점의 좌표는 $(-4, -1)$ 이고, 축의 방정식은 $x=-4$ 이다.

(3) 아래로 볼록한 포물선이다. (○)

(4) $x > -4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. (×)
 $x > -4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

10 다음 중 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x-3)^2+4$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

(1) 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다. (×)
 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이다.

(2) 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4)$ 이고, 축의 방정식은 $x=3$ 이다. (○)

(3) 제1사분면, 제3사분면, 제4사분면을 지난다. (○)

(4) $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. (×)
 $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

... 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프가 지나는 점 ...

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프가 점 $(1, k)$ 를 지난다.

→ $x=1$, $y=k$ 를 대입하여 k 의 값을 구한다.

11 다음 이차함수의 그래프가 주어진 점을 지날 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

(1) $y=(x-2)^2+1$, $(1, k)$ **2**
 $y=(x-2)^2+1$ 에 $x=1$, $y=k$ 를 대입하면
 $k=(1-2)^2+1=2$

(2) $y=2(x-3)^2-9$, $(6, k)$ **9**

(3) $y=3(x+1)^2-5$, $(-3, k)$ **7**

(4) $y=-2(x-2)^2+6$, $(4, k)$ **-2**

(5) $y=-\frac{1}{2}(x+4)^2-3$, $(-8, k)$ **-11**

(6) $y=4(x-2)^2+k$, $(5, 20)$ **-16**
 $y=4(x-2)^2+k$ 에 $x=5$, $y=20$ 을 대입하면
 $20=4(5-2)^2+k \quad \therefore k=-16$

(7) $y=-\frac{1}{3}(x+4)^2+k$, $(2, -4)$ **8**

(8) $y=k(x+1)^2+2$, $(-3, -6)$ **-2**
 $y=k(x+1)^2+2$ 에 $x=-3$, $y=-6$ 을 대입하면
 $-6=k(-3+1)^2+2, 4k=-8$
 $\therefore k=-2$



내신 도전

01 다음 중 이차함수가 아닌 것은?

- ① $y = \frac{x^2}{2}$ ✓ ② $y = 2(x-1)^2 - 2x^2$
 ③ $y = 3x^2 - 2x + 1$ ④ $y = x(3-x)$
 ⑤ $y = -\frac{1}{3}x(x+6)$
 ② $y = 2(x^2 - 2x + 1) - 2x^2 = -4x + 2$
 ④ $y = -x^2 + 3x$
 ⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x$

02 이차함수 $f(x) = -x^2 - x - 1$ 에 대하여 $f(-1) + f(1)$ 의 값을 구하시오. -4

$$f(-1) + f(1) = -1 + (-3) = -4$$

03 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 제3사분면, 제4사분면을 지난다.
 ② y 축에 대칭이다.
 ✓ ③ 아래로 볼록한 포물선이다.
 ✓ ④ $x > 0$ 인 구간에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 ⑤ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 서로 대칭이다.
 ③ 위로 볼록한 포물선이다.
 ④ $x > 0$ 인 구간에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

04 다음 이차함수 중 그 그래프의 폭이 가장 좁은 것은?

- ✓ ① $y = -7x^2$ ② $y = -6x^2$ ③ $y = x^2$
 ④ $y = \frac{3}{2}x^2$ ⑤ $y = 5x^2$

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

05 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(2, -4)$, $(4, b)$ 를 지날 때, $a - b$ 의 값은? (단, a 는 상수)

- ① 13 ② 14 ✓ ③ 15
 ④ 16 ⑤ 17

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -4)$ 를 지나므로

$$-4 = a \times 2^2 \quad \therefore a = -1$$

즉, $y = -x^2$ 이고 이 그래프가 점 $(4, b)$ 를 지나므로

$$b = -4^2 = -16$$

$$\therefore a - b = -1 - (-16) = 15$$

06 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프가 점 $(3, a)$ 를 지날 때, a 의 값은?

- ① -1 ✓ ② 1 ③ 2
 ④ 3 ⑤ 4

평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{3}x^2 - 2$

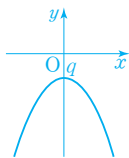
이 그래프가 점 $(3, a)$ 를 지나므로

$$a = \frac{1}{3} \times 3^2 - 2 = 3 - 2 = 1$$

07 이차함수 $y=ax^2+q$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.
 ② 꼭짓점의 좌표는 $(0, q)$ 이다.
 ③ $a>0$ 이면 아래로 볼록하다.
 ④ 축의 방정식은 $x=0$ 이다.
 ✓⑤ $a<0, q<0$ 이면 그래프는 제1사분면, 제2사분면을 지난다.

⑤ $a<0, q<0$ 이면 $y=ax^2+q$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3사분면, 제4사분면을 지난다.



08 다음 중 이차함수 $y=\frac{1}{3}(x-1)^2$ 의 그래프 위의 점이 아닌 것은?

- ① $(-2, 3)$ ② $(-1, \frac{4}{3})$ ③ $(0, \frac{1}{3})$
 ④ $(1, 0)$ ✓⑤ $(2, -\frac{1}{3})$
 ⑤ $x=2$ 일 때, $y=\frac{1}{3} \times (2-1)^2 = \frac{1}{3} \neq -\frac{1}{3}$

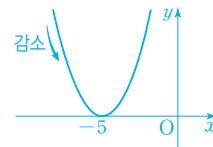
09 이차함수 $y=5(x-1)^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ✓① 점 $(0, 5)$ 를 지난다.
 ② 제3사분면, 제4사분면을 지난다.
 ③ 축의 방정식은 $x=5$ 이다.
 ✓④ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 0)$ 이다.
 ⑤ $y=5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.
 ② 제1사분면, 제2사분면을 지난다.
 ③ 축의 방정식은 $x=1$ 이다.
 ⑤ $y=5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

10 이차함수 $y=7(x+5)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

- ✓① $x<-5$ ② $x>-5$ ③ $x<0$
 ④ $x>0$ ⑤ $x<5$

$y=7(x+5)^2$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $x<-5$ 이다.



11 이차함수 $y=a(x-1)^2+1$ 의 그래프가 두 점 $(0, 4)$, $(2, k)$ 를 지날 때, 상수 k 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 1
 ④ 2 ✓⑤ 4

$y=a(x-1)^2+1$ 에 $x=0, y=4$ 를 대입하면

$$4=a+1 \quad \therefore a=3$$

따라서 이차함수 $y=3(x-1)^2+1$ 에 $x=2, y=k$ 를 대입하면

$$k=3+1=4$$

12 이차함수 $y=-3\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+4$ 의 그래프는 이차함수 $y=-3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이때 mn 의 값을 구하시오. -2

$$m=-\frac{1}{2}, n=4 \text{ 이므로 } mn=-\frac{1}{2} \times 4 = -2$$



이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프는 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고친 후 a 의 부호, 꼭짓점의 좌표, 축의 방정식, y 축과의 교점의 좌표를 이용하여 그린다.

- (1) 꼭짓점의 좌표: $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$
- (2) 축의 방정식: $x=-\frac{b}{2a}$
- (3) y 축과의 교점의 좌표: $(0, c)$

$$\begin{aligned}
 y &= ax^2+bx+c \\
 &= a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c \\
 &= a\left\{x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\}+c \\
 &= a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}
 \end{aligned}$$

... $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고치기

$$\begin{aligned}
 y &= ax^2+bx+c \\
 &= a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c \\
 &= a\left\{x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\}+c \\
 &= a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}
 \end{aligned}$$

01 다음 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고치시오.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad y &= x^2+4x-2 \quad y=(x+2)^2-6 \\
 y &= x^2+4x-2 \\
 &= (x^2+4x+4-4)-2 \\
 &= (x+2)^2-6
 \end{aligned}$$

$$(2) \quad y = x^2 - 10x + 17 \quad y = (x-5)^2 - 8$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad y &= 3x^2-6x-1 \quad y=3(x-1)^2-4 \\
 y &= 3x^2-6x-1 \\
 &= 3(x^2-2x+1-1)-1 \\
 &= 3(x-1)^2-4
 \end{aligned}$$

$$(4) \quad y = 3x^2 + 6x - 2 \quad y = 3(x+1)^2 - 5$$

$$(5) \quad y = 2x^2 + 12x + 10 \quad y = 2(x+3)^2 - 8$$

$$\begin{aligned}
 (6) \quad y &= \frac{1}{2}x^2-4x+5 \quad y=\frac{1}{2}(x-4)^2-3 \\
 y &= \frac{1}{2}x^2-4x+5 \\
 &= \frac{1}{2}(x^2-8x+16-16)+5 \\
 &= \frac{1}{2}(x-4)^2-3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (7) \quad y &= -x^2+4x-5 \quad y=-(x-2)^2-1 \\
 y &= -x^2+4x-5 \\
 &= -(x^2-4x+4-4)-5 \\
 &= -(x-2)^2-1
 \end{aligned}$$

$$(8) \quad y = -x^2 + 6x - 4 \quad y = -(x-3)^2 + 5$$

$$(9) \quad y = -2x^2 - 8x + 1 \quad y = -2(x+2)^2 + 9$$

$$(10) \quad y = -4x^2 - 16x - 7 \quad y = -4(x+2)^2 + 9$$

$$(11) \quad y = -\frac{1}{4}x^2 - 3x + 3 \quad y = -\frac{1}{4}(x+6)^2 + 12$$

꼭짓점의 좌표와 축의 방정식

이차함수의 $y=ax^2+bx+c$ 를 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고치면 꼭짓점의 좌표는 $(\boxed{p}, \boxed{q})$, 축의 방정식은 $x=\boxed{p}$

02 다음 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 차례대로 구하시오.

(1) $y=x^2-10x+17$ $(5, -8), x=5$

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 10x + 17 \\ &= (x^2 - 10x + 25 - 25) + 17 \\ &= (x-5)^2 - 8 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(5, -8)$, 축의 방정식은 $x=5$ 이다.

(2) $y=2x^2-4x+3$ $(1, 1), x=1$

(3) $y=2x^2+2x+3$ $(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}), x=-\frac{1}{2}$

(4) $y=-x^2+6x-3$ $(3, 6), x=3$

(5) $y=-2x^2+8x+2$ $(2, 10), x=2$

(6) $y=-\frac{2}{3}x^2-4x-7$ $(-3, -1), x=-3$

$$\begin{aligned} y &= -\frac{2}{3}x^2 - 4x - 7 \\ &= -\frac{2}{3}(x^2 + 6x + 9 - 9) - 7 \\ &= -\frac{2}{3}(x+3)^2 - 1 \end{aligned}$$

y축과의 교점의 좌표

이차함수의 $y=ax^2+bx+c$ 에 $x=\boxed{0}$ 을 대입하면 $y=\boxed{c}$
 이므로 그래프와 y축과의 교점의 좌표는 $(0, \boxed{c})$ 이다.

03 다음 이차함수의 그래프와 y축과의 교점의 좌표를 구하시오.

(1) $y=x^2-4x+3$ $(0, 3)$

(2) $y=2x^2-4x-1$ $(0, -1)$

(3) $y=3x^2+6x+2$ $(0, 2)$

(4) $y=\frac{1}{2}x^2+4x$ $(0, 0)$

(5) $y=-x^2+3x-2$ $(0, -2)$

(6) $y=-2x^2+6x+\frac{1}{2}$ $(0, \frac{1}{2})$

(7) $y=-(x-3)^2+5$ $(0, -4)$

(8) $y=-3(x-2)^2+6$ $(0, -6)$

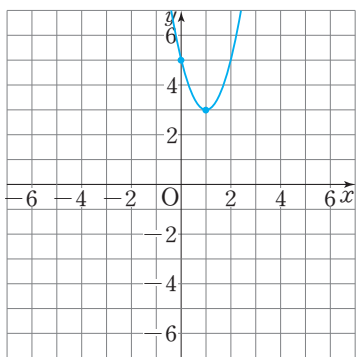
... 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프 그리기 ...

① 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 를 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고친다.

② a 의 부호, 꼭짓점의 좌표 (p , q), 축의 방정식, y 축과의 교점의 좌표 (0 , c)를 이용하여 그래프를 그린다.

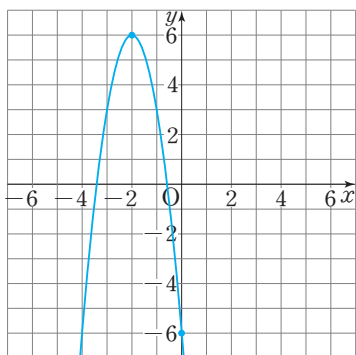
04 다음 이차함수의 그래프를 그리시오.

(1) $y=2x^2-4x+5$

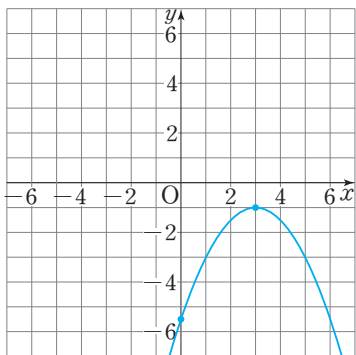


$y=2x^2-4x+5=2(x^2-2x+1-1)+5=2(x-1)^2+3$
따라서 꼭짓점의 좌표는 (1, 3)이고 y 축과의 교점은 (0, 5)이다.

(2) $y=-3x^2-12x-6$



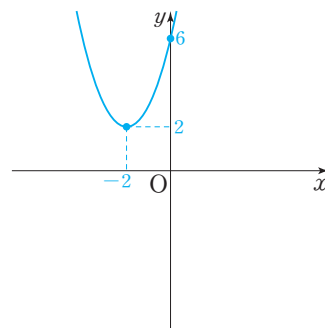
(3) $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{11}{2}$



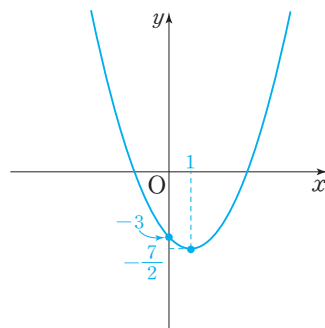
(4) $y=x^2+4x+6$

$y=x^2+4x+6$
 $= (x^2+4x+4-4)+6$
 $= (x+2)^2+2$

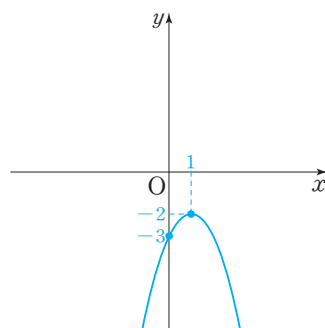
따라서 꼭짓점의 좌표는 (-2, 2)이고 y 축과의 교점은 (0, 6)이다.



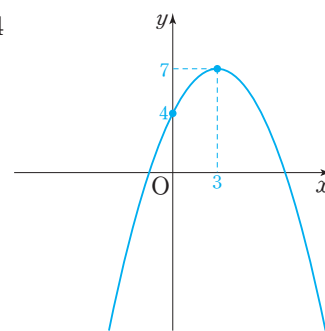
(5) $y=\frac{1}{2}x^2-x-3$



(6) $y=-x^2+2x-3$



(7) $y=-\frac{1}{3}x^2+2x+4$



이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축과의 교점

- ① $y=ax^2+bx+c$ 에 $y=0$ 을 대입한다.
- ② 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 해를 구한다.
- ③ 구한 해가 $x=\alpha$ 또는 $x=\beta$ 일 때, 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표는 $(\alpha, 0), (\beta, 0)$ 이다.

05 다음 이차함수의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표를 모두 구하시오.

(1) $y=x^2-3x-4$ $(-1, 0), (4, 0)$

$x^2-3x-4=0$ 에서 $(x+1)(x-4)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

(2) $y=x^2+6x$ $(0, 0), (-6, 0)$

$x^2+6x=0$ 에서 $x(x+6)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=-6$

(3) $y=x^2+4x+4$ $(-2, 0)$

$x^2+4x+4=0$ 에서 $(x+2)^2=0$
 $\therefore x=-2$

(4) $y=2x^2+5x+2$ $(-2, 0), (-\frac{1}{2}, 0)$

$2x^2+5x+2=0$ 에서 $(x+2)(2x+1)=0$
 $\therefore x=-2$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

(5) $y=-x^2+5x+6$ $(-1, 0), (6, 0)$

$-x^2+5x+6=0$ 에서 $x^2-5x-6=0, (x+1)(x-6)=0$
 $\therefore x=-1$ 또는 $x=6$

(6) $y=-\frac{1}{2}x^2+3x$ $(0, 0), (6, 0)$

$-\frac{1}{2}x^2+3x=0$ 에서 $x^2-6x=0, x(x-6)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=6$

(7) $y=-x^2+6x-9$ $(3, 0)$

$-x^2+6x-9=0$ 에서 $x^2-6x+9=0, (x-3)^2=0$
 $\therefore x=3$

(8) $y=-6x^2+5x+4$ $(-\frac{1}{2}, 0), (\frac{4}{3}, 0)$

$-6x^2+5x+4=0$ 에서 $6x^2-5x-4=0, (2x+1)(3x-4)=0$
 $\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 성질

$$y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

① 축의 방정식: $x=-\frac{b}{2a}$

② 꼭짓점의 좌표: $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$

③ y 축과의 교점의 좌표: $(0, c)$

④ $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.

06 이차함수 $y=x^2+4x+3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

$y=x^2+4x+3=(x^2+4x+4-4)+3=(x+2)^2-1$

(1) 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -1)$ 이다. (○)

(2) 그래프의 모양은 아래로 볼록한 포물선이다. (○)

(3) 축의 방정식은 $x=2$ 이다. (×)

축의 방정식은 $x=-2$ 이다.

(4) x 축과의 교점의 좌표는 $(-3, 0), (-1, 0)$ 이다. (○)

$x^2+4x+3=0$ 에서 $(x+1)(x+3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-3$

(5) y 축과의 교점의 좌표는 $(0, -3)$ 이다. (×)

y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

07 이차함수 $y=-2x^2+8x$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표를 하시오.

$y=-2x^2+8x=-2(x^2-4x+4-4)=-2(x-2)^2+8$

(1) 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -8)$ 이다. (×)

꼭짓점의 좌표는 $(2, 8)$ 이다.

(2) x 축과의 교점의 좌표는 $(0, 0), (4, 0)$ 이다. (○)

$-2x^2+8x=0$ 에서 $2x^2-8x=0, 2x(x-4)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=4$

(3) y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다. (×)

y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

(4) 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 8만큼 평행이동한 것이다. (○)



이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 a, b, c 의 부호

2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프에서

(1) a 의 부호: 그래프의 모양에 의해 결정

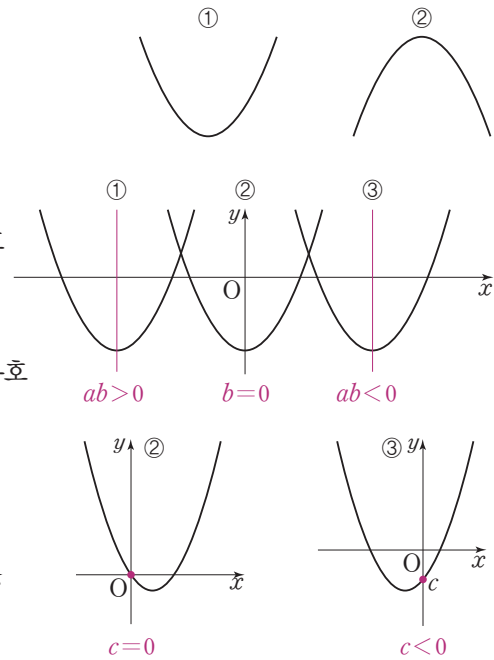
- ① 그래프가 아래로 볼록(∪)하면 $a > 0$
- ② 그래프가 위로 볼록(∩)하면 $a < 0$

(2) b 의 부호: 축의 위치에 의해 결정

- ① 축이 y 축의 왼쪽에 있으면 $-\frac{b}{2a} < 0 \rightarrow ab > 0$, 즉 a, b 는 같은 부호
- ② 축이 y 축과 일치하면 $-\frac{b}{2a} = 0 \rightarrow b = 0$
- ③ 축이 y 축의 오른쪽에 있으면 $-\frac{b}{2a} > 0 \rightarrow ab < 0$, 즉 a, b 는 다른 부호

(3) c 의 부호: y 축과의 교점의 위치에 의해 결정

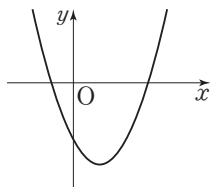
- ① y 축과의 교점이 x 축의 위쪽에 있으면 $c > 0$
- ② y 축과의 교점이 원점이면 $c = 0$
- ③ y 축과의 교점이 x 축의 아래쪽에 있으면 $c < 0$



이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 a, b, c 의 부호

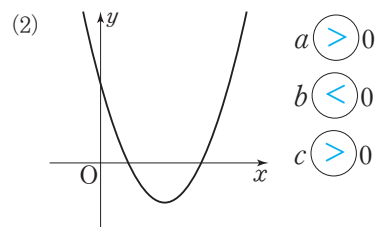
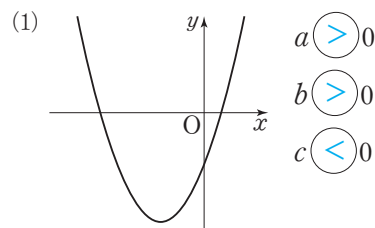
- (1) a 의 부호: 아래로 볼록하면 $a > 0$, 위로 볼록하면 $a < 0$
- (2) b 의 부호: 축이 y 축의 왼쪽에 있으면 $ab > 0$, 오른쪽에 있으면 $ab < 0$, y 축과 일치하면 $b = 0$
- (3) c 의 부호: y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으면 $c > 0$, 아래쪽에 있으면 $c < 0$, 원점이면 $c = 0$

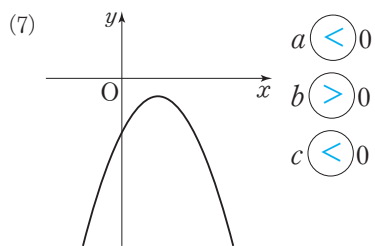
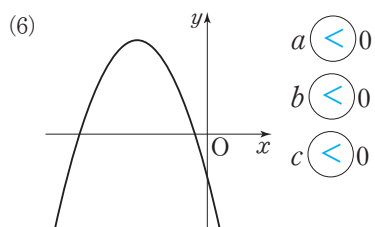
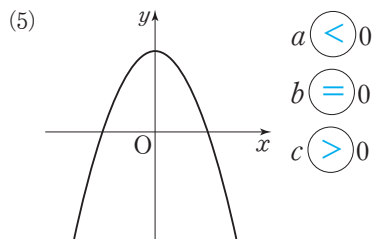
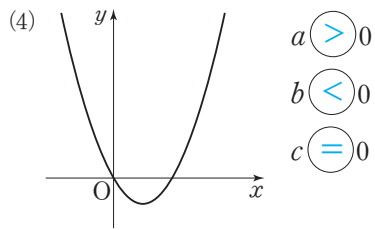
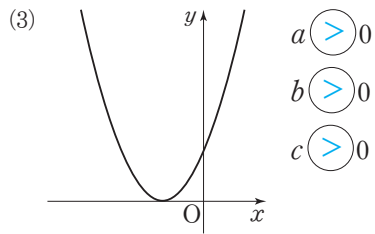
01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, ○ 안에 $>, =, <$ 중 알맞은 것을 써 넣으시오. (단, a, b, c 는 상수)



- ① 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$
- ② 그래프의 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 다르다. 즉, $b < 0$
- ③ y 축과의 교점이 x 축의 아래쪽에 있으므로 $c < 0$

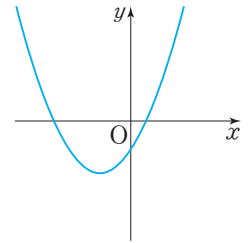
02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a, b, c 의 부호를 각각 정하시오.



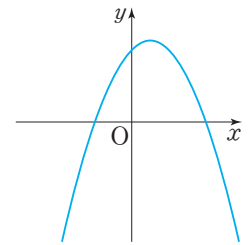


03 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 에서 상수 a, b, c 의 부호가 다음과 같을 때, 이 함수의 그래프의 개형을 그리시오.

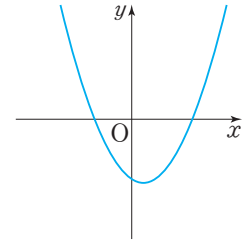
(1) $a > 0, b > 0, c < 0$



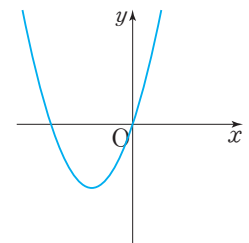
(2) $a < 0, b > 0, c > 0$



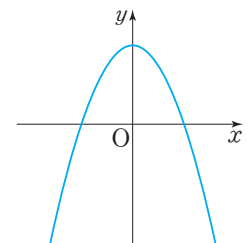
(3) $a > 0, b < 0, c < 0$



(4) $a > 0, b > 0, c = 0$



(5) $a < 0, b = 0, c > 0$





개념

09

이차함수의 식 구하기

2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

- (1) 꼭짓점의 좌표 (p, q) 와 다른 한 점의 좌표 (m, n) 이 주어질 때
- ① 구하는 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 로 놓는다.
 - ② $x=m, y=n$ 을 $y=a(x-p)^2+q$ 에 대입하여 a 의 값을 구한다.
- (2) 축의 방정식 $x=p$ 와 서로 다른 두 점의 좌표가 주어질 때
- ① 구하는 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 로 놓는다.
 - ② 서로 다른 두 점의 좌표를 $y=a(x-p)^2+q$ 에 각각 대입하여 a, q 의 값을 구한다.
- (3) 서로 다른 세 점의 좌표가 주어질 때
- ① 구하는 식을 $y=ax^2+bx+c$ 로 놓는다.
 - ② 세 점의 좌표를 $y=ax^2+bx+c$ 에 각각 대입하여 a, b, c 의 값을 구한다.

... 꼭짓점의 좌표와 다른 한 점을 알 때 이차함수의 식 구하기

꼭짓점의 좌표가 (p, q) 일 때, 구하는 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 로 놓고 주어진 한 점의 좌표를 대입하여 a 의 값을 구한다.

01 꼭짓점의 좌표와 그래프를 지나는 다른 한 점의 좌표가 다음과 같은 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타내시오.

- (1) 꼭짓점의 좌표: $(1, 2)$
한 점의 좌표: $(3, 6)$ $y=(x-1)^2+2$

 $y=a(x-1)^2+2$ 로 놓고, $x=3, y=6$ 을 대입하면

$$6=a(3-1)^2+2 \text{에서 } 4a=4 \quad \therefore a=1$$

따라서 구하는 식은 $y=(x-1)^2+2$

- (2) 꼭짓점의 좌표: $(1, -3)$
한 점의 좌표: $(2, -1)$ $y=2(x-1)^2-3$

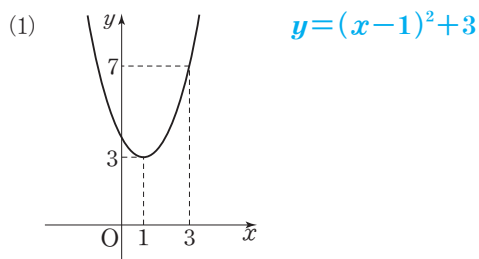
- (3) 꼭짓점의 좌표: $(-1, 2)$
한 점의 좌표: $(0, 3)$ $y=(x+1)^2+2$

- (4) 꼭짓점의 좌표: $(3, 3)$
한 점의 좌표: $(4, 0)$ $y=-3(x-3)^2+3$
 $y=a(x-3)^2+3$ 으로 놓고, $x=4, y=0$ 을 대입하면
 $0=a(4-3)^2+3$ 에서 $a=-3$
따라서 구하는 식은 $y=-3(x-3)^2+3$

- (5) 꼭짓점의 좌표: $(1, -4)$
한 점의 좌표: $(3, -8)$ $y=-(x-1)^2-4$

- (6) 꼭짓점의 좌표: $(-2, -3)$
한 점의 좌표: $(-1, -7)$ $y=-4(x+2)^2-3$

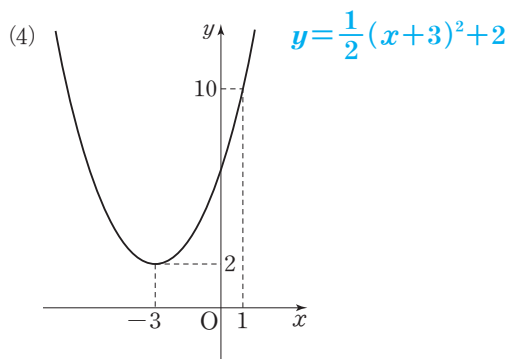
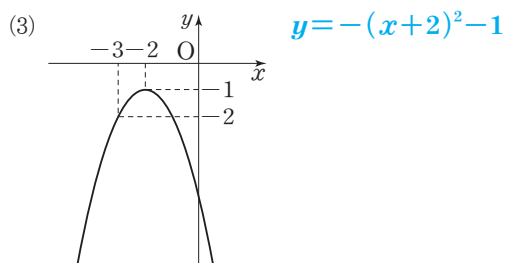
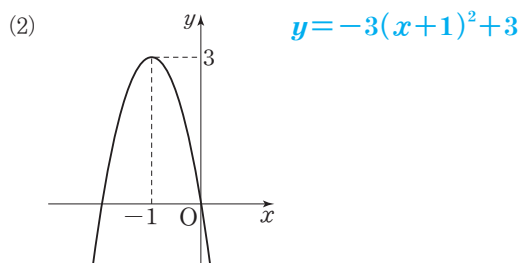
02 다음 그림과 같은 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타내시오.



꼭짓점의 좌표가 (1, 3)이므로 $y=a(x-1)^2+3$

점 (3, 7)을 지나므로 $7=a(3-1)^2+3$ 에서 $4a=4$ $\therefore a=1$

따라서 구하는 식은 $y=(x-1)^2+3$



... 축의 방정식과 다른 두 점을 알 때 이차함수의 식 구하기

축의 방정식이 $x=p$ 일 때, 구하는 식을 $y=\boxed{a(x-p)^2+q}$

로 놓고 주어진 두 점의 좌표를 각각 대입하여 $\boxed{a}$, $\boxed{q}$ 의 값을 구한다.

03 축의 방정식과 그래프를 지나는 두 점의 좌표가 다음과 같은 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타내시오.

(1) 축의 방정식: $x=1$

두 점의 좌표: (0, 5), (3, 11) $y=2(x-1)^2+3$

$y=a(x-1)^2+q$ 로 놓으면

그래프가 점 (0, 5)를 지나므로 $5=a(0-1)^2+q$, $a+q=5$ ㉠

그래프가 점 (3, 11)을 지나므로 $11=a(3-1)^2+q$, $4a+q=11$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $q=3$

따라서 구하는 식은 $y=2(x-1)^2+3$

(2) 축의 방정식: $x=3$

두 점의 좌표: (1, 1), (2, 4) $y=-(x-3)^2+5$

$y=a(x-3)^2+q$ 로 놓으면

그래프가 점 (1, 1)을 지나므로 $1=a(1-3)^2+q$, $4a+q=1$ ㉠

그래프가 점 (2, 4)를 지나므로 $4=a(2-3)^2+q$, $a+q=4$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $q=5$

따라서 구하는 식은 $y=-(x-3)^2+5$

(3) 축의 방정식: $x=-1$

두 점의 좌표: (-2, 1), (1, -8)

$y=a(x+1)^2+q$ 로 놓으면 $y=-3(x+1)^2+4$

그래프가 점 (-2, 1)을 지나므로 $1=a(-2+1)^2+q$, $a+q=1$ ㉠

그래프가 점 (1, -8)을 지나므로 $-8=a(1+1)^2+q$, $4a+q=-8$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-3$, $q=4$

따라서 구하는 식은 $y=-3(x+1)^2+4$

(4) 축의 방정식: $x=-2$

두 점의 좌표: (-1, 0), (1, 8) $y=(x+2)^2-1$

$y=a(x+2)^2+q$ 로 놓으면

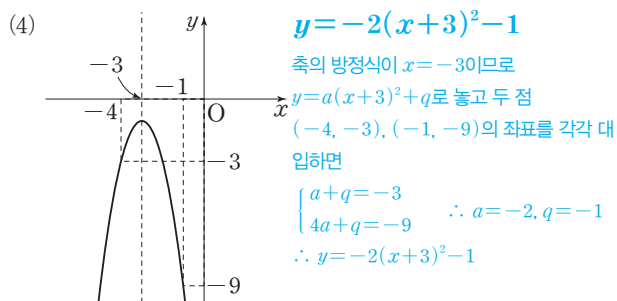
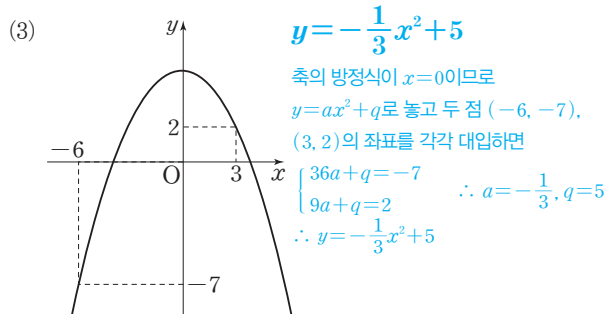
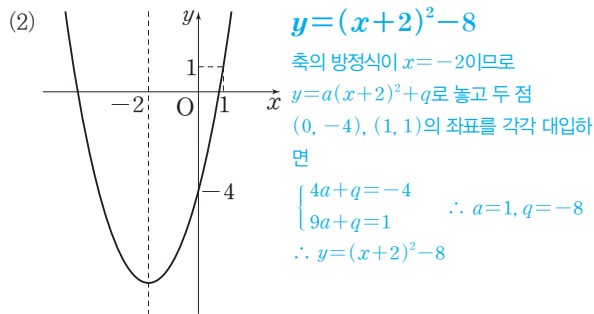
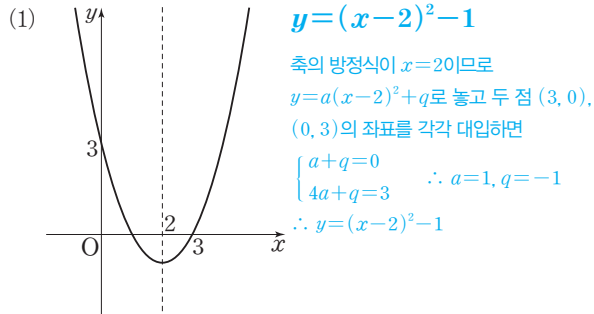
그래프가 점 (-1, 0)을 지나므로 $0=a(-1+2)^2+q$, $a+q=0$ ㉠

그래프가 점 (1, 8)을 지나므로 $8=a(1+2)^2+q$, $9a+q=8$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $q=-1$

따라서 구하는 식은 $y=(x+2)^2-1$

04 다음 그림과 같은 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타내시오.



... **세 점을 알 때 이차함수의 식 구하기(1)** ...

구하는 식을 $y=ax^2+bx+c$ 로 놓고 세 점의 좌표를 각각 대입하여 a , b , c 의 값을 구한다

05 다음 세 점 $(3, 0)$, $(2, 6)$, $(0, 6)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$y=ax^2+bx+c$ 로 놓고 점 $(0, 6)$ 의 좌표를 대입하면 $c=\boxed{6}$, 두 점 $(3, 0)$, $(2, 6)$ 의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$$\begin{cases} 3a+b=\boxed{-2} & \cdots \textcircled{1} \\ 2a+b=\boxed{0} & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=\boxed{-2}$, $b=\boxed{4}$

$$\therefore y=\boxed{-2}x^2+\boxed{4}x+\boxed{6}$$

06 다음 세 점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 의 꼴로 나타내시오.

(1) $(0, -2)$, $(-1, -9)$, $(2, 6)$ $y=\boxed{-x^2+6x-2}$

(2) $(0, 6)$, $(1, 2)$, $(4, 2)$ $y=\boxed{x^2-5x+6}$

(3) $(-1, 7)$, $(0, -2)$, $(3, 7)$ $y=\boxed{3x^2-6x-2}$

... 06 세 점을 알 때 이차함수의 식 구하기(2) ...

그래프가 x 축 위의 두 점 $(m, 0)$, $(n, 0)$ 을 지날 때,
 $y=a(x-\boxed{m})(x-\boxed{n})$ 으로 놓고 주어진 다른 한 점의 좌
 표를 대입하여 $\boxed{a}$ 의 값을 구한다.

07 다음 세 점 $(1, 0)$, $(5, 0)$, $(3, 4)$ 를 지나는 포물선을 그
 래프로 하는 이차함수의 식을 구하는 과정이다. $\square$ 안에 알
 맞은 것을 써넣으시오.

$$y=a(x-\boxed{1})(x-\boxed{5})\text{로 놓고 점 } (3, 4)\text{의}$$

$$\text{좌표를 대입하면 } \boxed{-4}a=4$$

$$\therefore a=\boxed{-1}$$

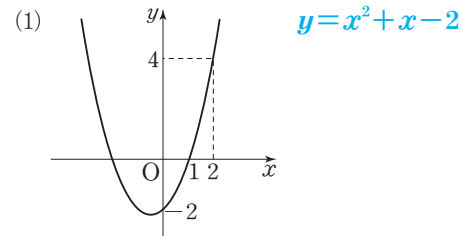
$$\therefore y=\boxed{-x^2+6x-5}$$

08 다음 세 점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의
 식을 $y=ax^2+bx+c$ 의 꼴로 나타내시오.

(1) $(2, 0)$, $(3, 0)$, $(4, 4)$ $y=2x^2-10x+12$

(2) $(2, 0)$, $(-3, 0)$, $(1, -20)$ $y=5x^2+5x-30$

09 다음 그림과 같은 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을
 $y=ax^2+bx+c$ 의 꼴로 나타내시오.



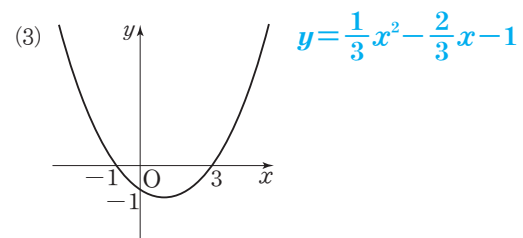
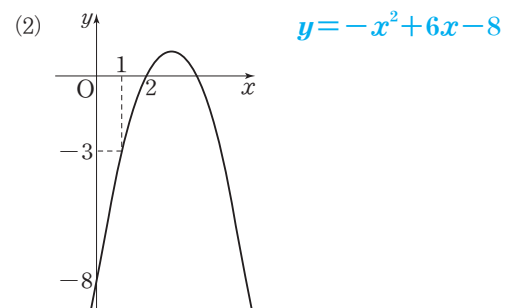
$$y=ax^2+bx+c\text{에 점 } (0, -2)\text{의 좌표를 대입하면 } c=-2$$

$$y=ax^2+bx-2\text{에 두 점 } (1, 0), (2, 4)\text{의 좌표를 각각 대입하면}$$

$$a+b-2=0 \cdots \textcircled{1}, 4a+2b-2=4 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2}\text{을 연립하여 풀면 } a=1, b=1$$

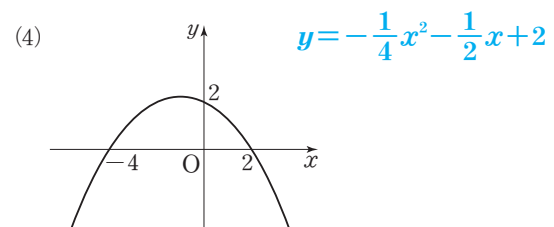
$$\therefore y=x^2+x-2$$



$$y=a(x+1)(x-3)\text{으로 놓고, 점 } (0, -1)\text{의 좌표를 대입하면}$$

$$-1=-3a \quad \therefore a=\frac{1}{3}$$

$$\therefore y=\frac{1}{3}(x+1)(x-3)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-1$$





10

이차함수의 최댓값과 최솟값

2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프

(1) 어떤 함수의 함숫값 중에서 가장 큰 값을 그 함수의 최댓값, 가장 작은 값을 그 함수의 최솟값이라 한다.

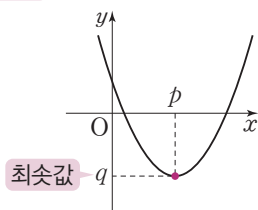
(2) 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 최댓값과 최솟값은

$y=ax^2+bx+c$ 를 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고쳐서 구한다.

① $a>0$ 이면 $x=p$ 에서 최솟값은 q 이고, 최댓값은 없다.

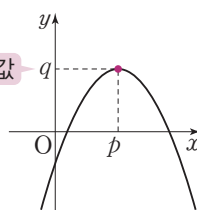
② $a<0$ 이면 $x=p$ 에서 최댓값은 q 이고, 최솟값은 없다.

$a>0$



$a<0$

최댓값

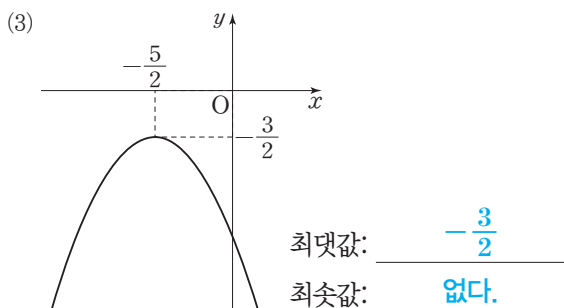
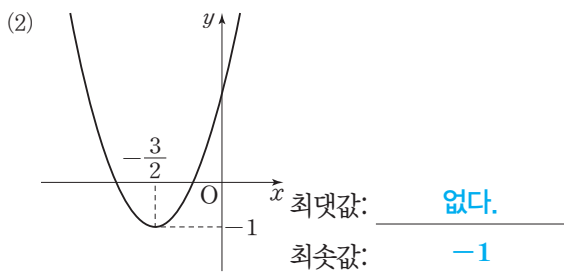
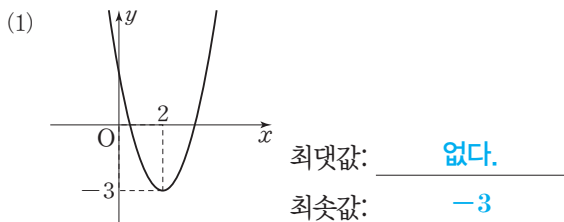


이차함수의 최댓값과 최솟값

어떤 함수의 함숫값 중에서 가장 큰 값을 그 함수의 **최댓값**.

가장 작은 값을 그 함수의 **최솟값**이라 한다.

01 다음 그림과 같은 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하시오.



이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 최댓값과 최솟값

$y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 고쳤을 때

① $a>0$ 이면 $x=p$ 에서 **최솟값**은 q 이고, **최댓값**은 없다.

② $a<0$ 이면 $x=p$ 에서 **최댓값**은 q 이고, **최솟값**은 없다.

02 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값, 그때의 x 의 값을 구하시오.

(1) $y=(x-1)^2+2$
 $x=1$ 일 때 최솟값은 2이고, 최댓값은 없다.

(2) $y=3(x+2)^2-4$
 $x=-2$ 일 때 최솟값은 -4이고, 최댓값은 없다.

(3) $y=-(x+1)^2+2$
 $x=-1$ 일 때 최댓값은 2이고, 최솟값은 없다.

(4) $y=-\frac{1}{2}(x-3)^2+5$
 $x=3$ 일 때 최댓값은 5이고, 최솟값은 없다.

03 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값, 그때의 x 의 값을 구하시오.

(1) $y = x^2 + 2x + 3$
 $x = -1$ 일 때 최솟값은 2이고, 최댓값은 없다.
 $y = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$

(2) $y = 2x^2 - 4x + 2$
 $x = 1$ 일 때 최솟값은 0이고, 최댓값은 없다.
 $y = 2x^2 - 4x + 2 = 2(x-1)^2$

(3) $y = x^2 + 6x + 1$
 $x = -3$ 일 때 최솟값은 -8이고, 최댓값은 없다.
 $y = x^2 + 6x + 1 = (x+3)^2 - 8$

(4) $y = 3x^2 - 18x$
 $x = 3$ 일 때 최솟값은 -27이고, 최댓값은 없다.
 $y = 3x^2 - 18x = 3(x-3)^2 - 27$

(5) $y = -x^2 + 10x + 3$
 $x = 5$ 일 때 최댓값은 28이고, 최솟값은 없다.
 $y = -x^2 + 10x + 3 = -(x-5)^2 + 28$

(6) $y = -x^2 - 8x$
 $x = -4$ 일 때 최댓값은 16이고, 최솟값은 없다.
 $y = -x^2 - 8x = -(x+4)^2 + 16$

(7) $y = -2x^2 + 12x - 10$
 $x = 3$ 일 때 최댓값은 8이고, 최솟값은 없다.
 $y = -2x^2 + 12x - 10 = -2(x-3)^2 + 8$

(8) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 5$
 $x = 4$ 일 때 최댓값은 3이고, 최솟값은 없다.
 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 5 = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 3$

04 이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 다음과 같을 때, 상수 a 의 값을 구하시오.

(1) $y = x^2 - 2x + a$ [최솟값: -3] -2
 $y = x^2 - 2x + a = (x-1)^2 - 1 + a$
 이므로 $x=1$ 일 때, 최솟값은 $-1+a$ 이다.
 이때 최솟값이 -3이므로
 $-1+a = -3 \quad \therefore a = -2$

(2) $y = 2x^2 - 4x + a$ [최솟값: 3] 5

(3) $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + a$ [최솟값: -5] -3

(4) $y = -x^2 + 10x + a$ [최댓값: 5] -20
 $y = -x^2 + 10x + a = -(x-5)^2 + 25 + a$
 이므로 $x=5$ 일 때, 최댓값은 $25+a$ 이다.
 이때 최댓값이 5이므로
 $25+a = 5 \quad \therefore a = -20$

(5) $y = -2x^2 + 12x + a$ [최댓값: 1] -17

(6) $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + a$ [최댓값: 10] 6

05 다음을 구하시오.

(1) 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 가 $x=1$ 에서 최솟값 -3을 가질 때, 상수 a, b 의 값 $a = -2, b = -2$
 x^2 의 계수가 1인 이차함수가 $x=1$ 에서 최솟값 -3을 가지므로
 $y = (x-1)^2 - 3 = x^2 - 2x - 2$
 $\therefore a = -2, b = -2$

(2) 이차함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 가 $x=2$ 에서 최댓값 -1을 가질 때, 상수 a, b 의 값 $a = 8, b = -9$
 x^2 의 계수가 -2인 이차함수가 $x=2$ 에서 최댓값 -1을 가지므로
 $y = -2(x-2)^2 - 1 = -2x^2 + 8x - 9$
 $\therefore a = 8, b = -9$



11

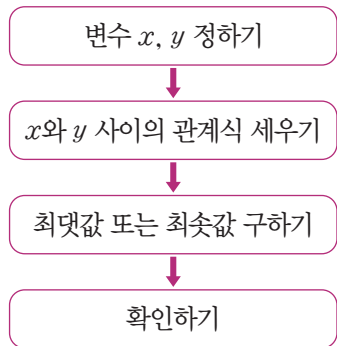
이차함수의 최댓값과 최솟값의 활용

2 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프

이차함수의 최댓값, 최솟값에 대한 활용 문제는 다음과 같은 순서로 푼다.

- ① 문제의 뜻을 이해하고 조건에 따라 두 변수 x, y 를 정한다.
- ② 주어진 조건을 이용하여 x 와 y 사이의 관계식을 세운다.
- ③ 이차함수의 식 또는 그래프를 이용하여 최댓값 또는 최솟값을 구한다.
- ④ 구한 답이 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

참고 길이, 넓이, 시간, 금액, 높이 등의 값은 양수이어야 한다.



... 합 또는 차가 일정한 두 수의 곱 ...

(1) 합이 a 인 두 수의 곱

→ 두 수를 $x, a-x$, 두 수의 곱을 y 라 하면

$$y = x(a-x)$$

(2) 차가 a 인 두 수의 곱

→ 두 수를 $x, x+a$, 두 수의 곱을 y 라 하면

$$y = x(x+a)$$

01 합이 20인 두 수의 곱의 최댓값과 그때의 두 수를 구하려고 한다. 다음 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

두 수 중 한 수를 x 라 하면 다른 한 수는 20 $-x$

이고, 두 수의 곱을 y 라 하면

$$y = x(\text{20} - x)$$

$$= -x^2 + \text{20}x$$

$$= -(x^2 - \text{20}x + \text{100}) + \text{100}$$

$$= -(x - \text{10})^2 + \text{100}$$

즉, $x = \text{10}$ 일 때, y 는 최댓값 100 을 갖는다.

따라서 합이 20인 두 수의 곱의 최댓값은 100

이고, 이때의 두 수는 10 , 10 이다.

02 차가 16인 두 수의 곱의 최솟값과 그때의 두 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 차가 16인 두 수 중 작은 수를 x 라 할 때, 다른 한 수를 x 에 대한 식으로 나타내시오. $x + 16$

(2) 두 수의 곱을 y 라 할 때, x 와 y 사이의 관계식을 구하시오. $y = x(x + 16)$

(3) (2)에서 구한 식을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내시오. $y = (x + 8)^2 - 64$

$$y = x(x + 16) = (x^2 + 16x + 64) - 64 = (x + 8)^2 - 64$$

(4) 차가 16인 두 수의 곱의 최솟값을 구하시오. -64

(5) 두 수의 곱이 최소일 때의 두 수를 구하시오. $-8, 8$

도형에서의 넓이

둘레의 길이가 $2a$ 인 직사각형의 가로의 길이를 x , 넓이를 y 라 하면 세로의 길이는 $a-x$ 이므로 $y=x(a-x)$

- 03** 둘레의 길이가 20 cm인 직사각형의 넓이가 최대일 때의 가로의 길이와 세로의 길이를 구하려고 한다. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

직사각형의 가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(\square - x)$ cm이고, 직사각형의 넓이를 y cm²라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(\square - x) = -x^2 + \square x \\ &= -(x^2 - \square x + \square) + \square \\ &= -(x - \square)^2 + \square \end{aligned}$$

따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은 $\square$ cm²이고, 이때의 가로의 길이는 $\square$ cm, 세로의 길이는 $\square$ cm이다.

- 04** 길이가 12 cm인 선분을 둘로 나누어 각각을 한 변으로 하는 두 정사각형을 만들었다. 두 정사각형의 넓이의 합이 최소일 때의 두 정사각형의 한 변의 길이를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

- (1) 한 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 할 때, 다른 정사각형의 한 변의 길이를 x 에 대한 식으로 나타내시오. $(12-x)$ cm
- (2) 두 정사각형의 넓이의 합을 y cm²라 할 때, x 와 y 사이의 관계식을 구하시오. $y=x^2+(12-x)^2$
- (3) (2)에서 구한 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타내시오. $y=2(x-6)^2+72$
 $y=x^2+(12-x)^2=2x^2-24x+144=2(x-6)^2+72$
- (4) 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값을 구하시오. 72
- (5) 두 정사각형의 넓이의 합이 최소일 때의 두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 구하시오. 6 cm, 6 cm

쏘아 올린 물체

어떤 위치에서 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m라 할 때,

$$y=ax^2+bx+c(a<0), \text{ 즉 } y=a(x-p)^2+q$$

이면

- ① 도달할 수 있는 최고 높이 $\rightarrow \square$ m
- ② 최고 높이에 도달하는 데 걸린 시간 $\rightarrow \square$ 초

- 05** 지면에서 초속 30 m로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이가 y m일 때, $y=30x-5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아 올린 물체의 최고 높이와 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간을 구하려고 한다. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.

$$y=30x-5x^2=-5(x-\square)^2+\square$$

따라서 $x=\square$ 일 때 최댓값 $\square$ 를 가지므로 쏘아 올린 물체의 최고 높이는 $\square$ m이고, 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간은 $\square$ 초이다.

- 06** 지면에서 초속 50 cm로 똑바로 위로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 높이가 y m일 때, $y=-5x^2+50x$ 인 관계가 성립한다. 쏘아 올린 공의 최고 높이와 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간을 구하려고 한다. 다음 물음에 답하시오.

- (1) 주어진 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 의 꼴로 나타내시오.
 $y=-5x^2+50x$ $y=-5(x-5)^2+125$
 $=-5(x^2-10x+25-25)$
 $=-5(x-5)^2+125$
- (2) 쏘아 올린 공의 최고 높이를 구하시오. 125 m

- (3) 공이 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간을 구하시오. 5초

- 07** 06번의 공이 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하시오. 10초

$$\begin{aligned} -5x^2+50x=0 \text{에서 } -5x(x-10)=0 \\ \therefore x=10(\because x>0) \end{aligned}$$

따라서 공이 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 10초 후이다.



내신 도전

01 다음 중 이차함수 $y=4x^2-8x+3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 축의 방정식은 $x=1$ 이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(1, -1)$ 이다.
- ③ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.
- ④ $x>1$ 인 구간에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

✓ ⑤ 이차함수 $y=4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

$$y=4(x^2-2x+1-1)+3=4(x-1)^2-1$$

⑤ 이차함수 $y=4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

02 이차함수 $y=-x^2-2x+15$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표가 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -8 ② -5 ✓ ③ -2
- ④ 2 ⑤ 8

$$\begin{aligned} -x^2-2x+15=0 \text{에서 } x^2+2x-15=0 \\ (x+5)(x-3)=0 \quad \therefore x=-5 \text{ 또는 } x=3 \\ \therefore a+b=-5+3=-2 \end{aligned}$$

03 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 세 점 $(1, 2)$, $(0, 1)$, $(-1, 4)$ 를 지날 때, $2a+b-c$ 의 값은?
(단, a, b, c 는 상수)

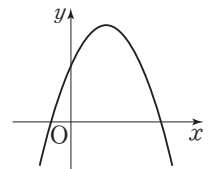
- ① -4 ② -2 ③ 0
- ✓ ④ 2 ⑤ 4

$$\begin{aligned} y=ax^2+bx+c \text{에 점 } (0, 1) \text{의 좌표를 대입하면 } c=1 \\ y=ax^2+bx+1 \text{에 두 점 } (1, 2), (-1, 4) \text{의 좌표를 각각 대입하면} \\ a+b=1, a-b=3 \quad \therefore a=2, b=-1 \\ \therefore 2a+b-c=2 \times 2 + (-1) - 1 = 2 \end{aligned}$$

04 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 $y=3x^2-12x+9$ 가 되었다. 이때 $a+b$ 의 값을 구하시오. -1

$$\begin{aligned} y=3x^2-12x+9=3(x^2-4x+4-4)+9=3(x-2)^2-3 \\ \text{즉, } y=3x^2 \text{의 그래프를 } x \text{축의 방향으로 } 2 \text{만큼, } y \text{축의 방향으로 } -3 \text{만큼 평행} \\ \text{이동한 것이므로 } a=2, b=-3 \\ \therefore a+b=2+(-3)=-1 \end{aligned}$$

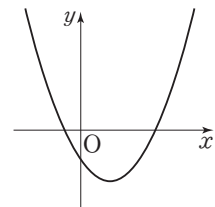
05 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a, b, c 의 부호는?



- ① $a>0, b>0, c>0$
- ② $a>0, b<0, c<0$
- ✓ ③ $a<0, b>0, c>0$
- ④ $a<0, b>0, c<0$
- ⑤ $a<0, b<0, c>0$

위로 볼록하므로 $a<0$, a, b 는 다른 부호이므로 $b>0$, y 축과의 교점이 x 축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

06 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
(단, a, b, c 는 상수)



- ① $a>0$ ② $b<0$
- ③ $c<0$ ④ $abc>0$
- ✓ ⑤ $\frac{b}{c}<0$

$$\text{⑤ } b<0, c<0 \text{이므로 } \frac{b}{c}>0$$

- 07** 꼭짓점의 좌표가 (2, 1)이고 점 (1, 4)를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 에 대하여 $a+p+q$ 의 값은?

① -6 ② -2 ③ 0
④ 2 **✓**⑤ 6

꼭짓점의 좌표가 (2, 1)이므로

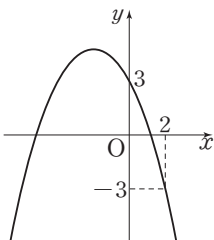
$p=2, q=1$

$y=a(x-2)^2+1$ 에 $x=1, y=4$ 를 대입하면

$4=a+1$ 이므로 $a=3$

$\therefore a+p+q=3+2+1=6$

- 08** 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같고, 직선 $x=-2$ 를 축으로 할 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $2a+b+c$ 의 값을 구하시오. **0**



축의 방정식이 $x=-2$ 이므로

이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$ 라 하면

이 그래프가 두 점 (2, -3), (0, 3)을 지나므로

각 점의 좌표를 대입하면 $-3=16a+q, 3=4a+q$

$\therefore a=-\frac{1}{2}, q=5$

따라서 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+5=-\frac{1}{2}x^2-2x+3$ 이므로

$a=-\frac{1}{2}, b=-2, c=3$

$\therefore 2a+b+c=2\times(-\frac{1}{2})+(-2)+3=0$

- 09** 이차함수 $y=-x^2+x+6$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고 y 축과 만나는 점을 C라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오. **15**

$y=-x^2+x+6$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$0=-x^2+x+6, x^2-x-6=0$

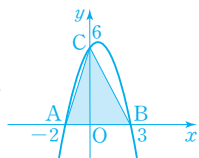
$(x+2)(x-3)=0 \quad \therefore x=-2 \text{ 또는 } x=3$

즉, 두 점 A, B의 좌표는 (-2, 0), (3, 0)이다.

$y=-x^2+x+6$ 에 $x=0$ 을 대입하면 $y=6$ 이므로

점 C의 좌표는 (0, 6)이다.

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$



- 10** 다음 이차함수 중에서 최댓값이 가장 작은 것은?

✓① $y=-3(x+4)^2-2$ ② $y=-x^2-2x+2$

③ $y=-2x^2+4x+\frac{1}{2}$ ④ $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+1$

⑤ $y=-\frac{1}{4}x^2-2x$

① 최댓값은 -2이다.

② $y=-(x+1)^2+3$ 의 최댓값은 3이다.

③ $y=-2(x-1)^2+\frac{5}{2}$ 의 최댓값은 $\frac{5}{2}$ 이다.

④ $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$ 의 최댓값은 3이다.

⑤ $y=-\frac{1}{4}(x+4)^2+4$ 의 최댓값은 4이다.

- 11** 이차함수 $y=-5x^2+px+3$ 은 $x=-1$ 일 때 최댓값 q 를 갖는다. 이때 $q-p$ 의 값은? (단, p 는 상수)

① 20 **✓**② 18 ③ 16

④ 14 ⑤ 12

x^2 의 계수가 -5이고 $x=-1$ 일 때 최댓값 q 를 가지므로 주어진 이차함수의 식은 $y=-5(x+1)^2+q$ 로 놓을 수 있다.

즉, $y=-5(x+1)^2+q=-5x^2-10x-5+q$ 이므로

$p=-10, 3=-5+q \quad \therefore q=8$

$\therefore q-p=8-(-10)=18$

- 12** 어떤 상품의 가격을 x 원 올렸을 때의 총 판매 금액을 y 원이라 하면 $y=-2x^2+200x+50000$ 인 관계가 성립한다. 이때 총 판매 금액의 최댓값을 구하시오. **55000원**

$y=-2x^2+200x+50000=-2(x-50)^2+55000$

즉, $x=50$ 에서 최댓값 55000을 갖는다.

따라서 총 판매 금액의 최댓값은 55000원이다.



대단원 평가

01 다음 중 이차함수가 아닌 것은?

- ① $y=x^2$ ② $y=x(x-2)$
 ③ $y=2x^2+3x+1$ ④ $y=-3x(x-2)$
 ✓ ⑤ $y=-4(x+1)^2+4x^2$
 ⑥ $y=-4(x^2+2x+1)+4x^2=-8x-4$

02 이차함수 $f(x)=x^2-2x-7$ 에 대하여 $f(-1)$ 의 값은?

- ① -10 ② -8 ✓ ③ -4
 ④ 4 ⑤ 10
 $f(-1)=1+2-7=-4$

03 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 구간은?

- ① $x<0$ ✓ ② $x>0$ ③ $x<-1$
 ④ $x>-1$ ⑤ $-1<x<1$
 ② $x>0$ 인 구간에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

04 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

- ✓ ① $y=-5x^2$ ② $y=-2x^2$
 ③ $y=-x^2$ ④ $y=3x^2$
 ⑤ $y=\frac{7}{2}x^2$
 x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

05 다음 중 보기의 이차함수의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- 보기
 ㉠. $y=2x^2$ ㉡. $y=-\frac{5}{4}x^2$ ㉢. $y=-5x^2$
 ㉣. $y=5x^2$ ㉤. $y=-\frac{1}{4}x^2$ ㉥. $y=\frac{1}{3}x^2$

- ① 위로 볼록한 것은 ㉡, ㉢, ㉤이다.
 ✓ ② 폭이 가장 넓은 것은 ㉥이다.
 ③ ㉡과 ㉣은 x 축에 서로 대칭이 된다.
 ④ 모두 꼭짓점은 원점이고, 대칭축은 y 축이다.
 ⑤ 폭이 가장 좁고 아래로 볼록한 것은 ㉣이다.
 ② 폭이 가장 넓은 것은 x^2 의 계수의 절댓값이 가장 작은 ㉤이다.

06 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+1$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 제3사분면, 제4사분면을 지난다.
 ② 축의 방정식은 $x=1$ 이다.
 ③ 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.
 ④ $y=\frac{1}{2}x^2-1$ 인 그래프와 x 축에 대칭이다.
 ✓ ⑤ $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.
 ① 제1사분면, 제2사분면을 지난다.
 ② 축의 방정식은 $x=0$ 이다.
 ③ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 1)$ 이다.
 ④ $y=-\frac{1}{2}x^2-1$ 의 그래프와 x 축에 대칭이다.

- 07 이차함수 $y=2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행 이동하였더니 점 $(2, 10)$, $(1, b)$ 를 지날 때, $a+b$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ 4
 ✓ ④ 6 ⑤ 8

평행이동한 그래프의 식을 $y=2x^2+a$ 로 놓으면
 이 그래프가 점 $(2, 10)$ 을 지나므로 $10=2 \times 4 + a$ 에서 $a=2$
 $x=1, y=b$ 를 $y=2x^2+2$ 에 대입하면 $b=2+2=4$
 $\therefore a+b=2+4=6$

- 08 이차함수 $y=\frac{5}{2}(x+2)^2$ 의 그래프에서 축의 방정식이 $x=a$ 이고, 꼭짓점의 좌표가 (b, c) 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

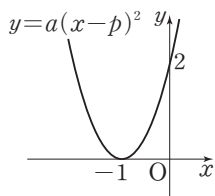
① -1 ② -2 ③ -3
 ✓ ④ -4 ⑤ -5

$y=\frac{5}{2}(x+2)^2$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=-2$, 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 0)$ 이므로
 $a=-2, b=-2, c=0$
 $\therefore a+b+c=-2+(-2)+0=-4$

- 09 오른쪽 그림과 같은 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프에서 $a+p$ 의 값은? (단, a, p 는 상수)

① -3 ② -2
 ③ -1 ✓ ④ 1
 ⑤ 2

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이므로 $p=-1$
 $y=a(x+1)^2$ 의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로
 $2=a \times 1^2$ 에서 $a=2$
 $\therefore a+p=2+(-1)=1$



- 10 이차함수 $y=-6x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는?

① $(2, 2)$ ✓ ② $(3, -2)$ ③ $(-3, 2)$
 ④ $(-3, -2)$ ⑤ $(3, -3)$

평행이동한 그래프의 식은 $y=-6(x-3)^2-2$
 따라서 구하는 꼭짓점의 좌표는 $(3, -2)$ 이다.

- 11 이차함수 $y=-2(x+2)^2-3$ 의 그래프가 점 $(-3, k)$ 를 지날 때, 상수 k 의 값은?

✓ ① -5 ② -3 ③ -1
 ④ 1 ⑤ 5

$k=-2 \times (-3+2)^2-3=-2-3=-5$

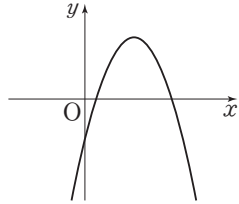
- 12 이차함수 $y=2x^2-4x+5$ 의 그래프는 $y=ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것일 때, $a+p+q$ 의 값은? (단, a 는 상수)

① 2 ② 4 ✓ ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

$y=2(x^2-2x+1-1)+5=2(x-1)^2+3$
 즉, $y=2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로
 $a=2, p=1, q=3$
 $\therefore a+p+q=2+1+3=6$



- 13 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?



- ① $a > 0, p > 0, q > 0$
 ② $a > 0, p < 0, q > 0$
 ✓ ③ $a < 0, p > 0, q > 0$
 ④ $a < 0, p > 0, q < 0$
 ⑤ $a < 0, p < 0, q > 0$

위로 볼록하므로 $a < 0$

꼭짓점 (p, q) 가 제1사분면 위에 있으므로 $p > 0, q > 0$

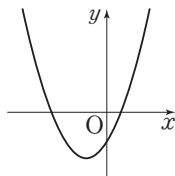
- 14 다음 중 이차함수 $y=-2x^2+4x-1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 축의 방정식은 $x=1$ 이다.
 ② 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
 ③ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.
 ④ $x > 1$ 인 구간에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
 ✓ ⑤ 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

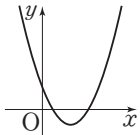
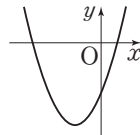
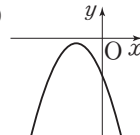
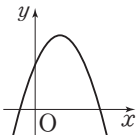
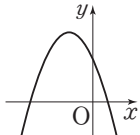
$$y = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 = -2(x-1)^2 + 1$$

⑤ 이차함수 $y=-2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

- 15 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y=cx^2+bx+a$ 의 그래프로 알맞은 것은?



(단, a, b, c 는 상수)

- ①  ②  ③ 
 ✓ ④  ⑤ 

$$y = ax^2 + bx + c \text{의 그래프에서 } a > 0, b > 0, c < 0$$

$y = cx^2 + bx + a$ 에서 $c < 0$ 이므로 위로 볼록하고, $bc < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다. 또 $a > 0$ 이므로 y 축과의 교점은 x 축의 위쪽에 있으므로 그래프 로 알맞은 것은 ④이다.

- 16 세 점 $(0, -5), (-1, -8), (1, -4)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?

- ① $y = x^2 + 2x - 5$ ② $y = -x^2 + 2x + 5$
 ③ $y = 2x^2 + x - 5$ ✓ ④ $y = -x^2 + 2x - 5$
 ⑤ $y = 5x^2 + 2x - 5$

$$y = ax^2 + bx + c \text{에 } x=0, y=-5 \text{를 대입하면 } c=-5$$

$$y = ax^2 + bx - 5 \text{에 두 점 } (-1, -8), (1, -4) \text{의 좌표를 대입하면}$$

$$\begin{cases} a-b=-3 & \cdots \textcircled{1} \\ a+b=1 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을 연립하여 풀면 } a=-1, b=2$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x - 5$$

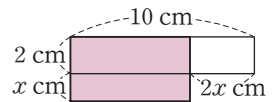
- 17 이차함수 $y=-x^2+8ax-b$ 의 최댓값은 $x=1$ 일 때 90이다. 이때 ab 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수) -2

$$y = -(x-1)^2 + 9 = -x^2 + 2x + 8 = -x^2 + 8ax - b$$

$$\text{따라서 } 8a=2, -b=8 \text{이므로 } a=\frac{1}{4}, b=-8$$

$$\therefore ab = \frac{1}{4} \times (-8) = -2$$

- 18 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 10 cm, 2 cm인 직사각형에서 가로의 길이는 $2x$ cm만큼 줄이고, 세로의 길이는 x cm만큼 늘여서 만든 직사각형의 넓이를 y cm²라 하자. 이때 y 의 최댓값과 그때의 x 의 값을 차례대로 구하시오. $\frac{49}{2}, \frac{3}{2}$



$$y = (10-2x)(2+x) = -2x^2 + 6x + 20 = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{49}{2}$$

$$\text{따라서 } y \text{의 최댓값은 } x = \frac{3}{2} \text{일 때 } \frac{49}{2} \text{이다.}$$

제공근표 (1)

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	1.020	1.025	1.030	1.034	1.039	1.044
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	1.068	1.072	1.077	1.082	1.086	1.091
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	1.114	1.118	1.122	1.127	1.131	1.136
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	1.158	1.162	1.166	1.170	1.175	1.179
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	1.200	1.204	1.208	1.212	1.217	1.221
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237	1.241	1.245	1.249	1.253	1.257	1.261
1.6	1.265	1.269	1.273	1.277	1.281	1.285	1.288	1.292	1.296	1.300
1.7	1.304	1.308	1.311	1.315	1.319	1.323	1.327	1.330	1.334	1.338
1.8	1.342	1.345	1.349	1.353	1.356	1.360	1.364	1.367	1.371	1.375
1.9	1.378	1.382	1.386	1.389	1.393	1.396	1.400	1.404	1.407	1.411
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	1.428	1.432	1.435	1.439	1.442	1.446
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	1.463	1.466	1.470	1.473	1.476	1.480
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	1.497	1.500	1.503	1.507	1.510	1.513
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	1.530	1.533	1.536	1.539	1.543	1.546
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	1.562	1.565	1.568	1.572	1.575	1.578
2.5	1.581	1.584	1.587	1.591	1.594	1.597	1.600	1.603	1.606	1.609
2.6	1.612	1.616	1.619	1.622	1.625	1.628	1.631	1.634	1.637	1.640
2.7	1.643	1.646	1.649	1.652	1.655	1.658	1.661	1.664	1.667	1.670
2.8	1.673	1.676	1.679	1.682	1.685	1.688	1.691	1.694	1.697	1.700
2.9	1.703	1.706	1.709	1.712	1.715	1.718	1.720	1.723	1.726	1.729
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741	1.744	1.746	1.749	1.752	1.755	1.758
3.1	1.761	1.764	1.766	1.769	1.772	1.775	1.778	1.780	1.783	1.786
3.2	1.789	1.792	1.794	1.797	1.800	1.803	1.806	1.808	1.811	1.814
3.3	1.817	1.819	1.822	1.825	1.828	1.830	1.833	1.836	1.838	1.841
3.4	1.844	1.847	1.849	1.852	1.855	1.857	1.860	1.863	1.865	1.868
3.5	1.871	1.873	1.876	1.879	1.881	1.884	1.887	1.889	1.892	1.895
3.6	1.897	1.900	1.903	1.905	1.908	1.910	1.913	1.916	1.918	1.921
3.7	1.924	1.926	1.929	1.931	1.934	1.936	1.939	1.942	1.944	1.947
3.8	1.949	1.952	1.954	1.957	1.960	1.962	1.965	1.967	1.970	1.972
3.9	1.975	1.977	1.980	1.982	1.985	1.987	1.990	1.992	1.995	1.997
4.0	2.000	2.002	2.005	2.007	2.010	2.012	2.015	2.017	2.020	2.022
4.1	2.025	2.027	2.030	2.032	2.035	2.037	2.040	2.042	2.045	2.047
4.2	2.049	2.052	2.054	2.057	2.059	2.062	2.064	2.066	2.069	2.071
4.3	2.074	2.076	2.078	2.081	2.083	2.086	2.088	2.090	2.093	2.095
4.4	2.098	2.100	2.102	2.105	2.107	2.110	2.112	2.114	2.117	2.119
4.5	2.121	2.124	2.126	2.128	2.131	2.133	2.135	2.138	2.140	2.142
4.6	2.145	2.147	2.149	2.152	2.154	2.156	2.159	2.161	2.163	2.166
4.7	2.168	2.170	2.173	2.175	2.177	2.179	2.182	2.184	2.186	2.189
4.8	2.191	2.193	2.195	2.198	2.200	2.202	2.205	2.207	2.209	2.211
4.9	2.214	2.216	2.218	2.220	2.223	2.225	2.227	2.229	2.232	2.234
5.0	2.236	2.238	2.241	2.243	2.245	2.247	2.249	2.252	2.254	2.256
5.1	2.258	2.261	2.263	2.265	2.267	2.269	2.272	2.274	2.276	2.278
5.2	2.280	2.283	2.285	2.287	2.289	2.291	2.293	2.296	2.298	2.300
5.3	2.302	2.304	2.307	2.309	2.311	2.313	2.315	2.317	2.319	2.322
5.4	2.324	2.326	2.328	2.330	2.332	2.335	2.337	2.339	2.341	2.343

제공근표 (2)

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	2.345	2.347	2.349	2.352	2.354	2.356	2.358	2.360	2.362	2.364
5.6	2.366	2.369	2.371	2.373	2.375	2.377	2.379	2.381	2.383	2.385
5.7	2.387	2.390	2.392	2.394	2.396	2.398	2.400	2.402	2.404	2.406
5.8	2.408	2.410	2.412	2.415	2.417	2.419	2.421	2.423	2.425	2.427
5.9	2.429	2.431	2.433	2.435	2.437	2.439	2.441	2.443	2.445	2.447
6.0	2.449	2.452	2.454	2.456	2.458	2.460	2.462	2.464	2.466	2.468
6.1	2.470	2.472	2.474	2.476	2.478	2.480	2.482	2.484	2.486	2.488
6.2	2.490	2.492	2.494	2.496	2.498	2.500	2.502	2.504	2.506	2.508
6.3	2.510	2.512	2.514	2.516	2.518	2.520	2.522	2.524	2.526	2.528
6.4	2.530	2.532	2.534	2.536	2.538	2.540	2.542	2.544	2.546	2.548
6.5	2.550	2.551	2.553	2.555	2.557	2.559	2.561	2.563	2.565	2.567
6.6	2.569	2.571	2.573	2.575	2.577	2.579	2.581	2.583	2.585	2.587
6.7	2.588	2.590	2.592	2.594	2.596	2.598	2.600	2.602	2.604	2.606
6.8	2.608	2.610	2.612	2.613	2.615	2.617	2.619	2.621	2.623	2.625
6.9	2.627	2.629	2.631	2.632	2.634	2.636	2.638	2.640	2.642	2.644
7.0	2.646	2.648	2.650	2.651	2.653	2.655	2.657	2.659	2.661	2.663
7.1	2.665	2.666	2.668	2.670	2.672	2.674	2.676	2.678	2.680	2.681
7.2	2.683	2.685	2.687	2.689	2.691	2.693	2.694	2.696	2.698	2.700
7.3	2.702	2.704	2.706	2.707	2.709	2.711	2.713	2.715	2.717	2.718
7.4	2.720	2.722	2.724	2.726	2.728	2.729	2.731	2.733	2.735	2.737
7.5	2.739	2.740	2.742	2.744	2.746	2.748	2.750	2.751	2.753	2.755
7.6	2.757	2.759	2.760	2.762	2.764	2.766	2.768	2.769	2.771	2.773
7.7	2.775	2.777	2.778	2.780	2.782	2.784	2.786	2.787	2.789	2.791
7.8	2.793	2.795	2.796	2.798	2.800	2.802	2.804	2.805	2.807	2.809
7.9	2.811	2.812	2.814	2.816	2.818	2.820	2.821	2.823	2.825	2.827
8.0	2.828	2.830	2.832	2.834	2.835	2.837	2.839	2.841	2.843	2.844
8.1	2.846	2.848	2.850	2.851	2.853	2.855	2.857	2.858	2.860	2.862
8.2	2.864	2.865	2.867	2.869	2.871	2.872	2.874	2.876	2.877	2.879
8.3	2.881	2.883	2.884	2.886	2.888	2.890	2.891	2.893	2.895	2.897
8.4	2.898	2.900	2.902	2.903	2.905	2.907	2.909	2.910	2.912	2.914
8.5	2.915	2.917	2.919	2.921	2.922	2.924	2.926	2.927	2.929	2.931
8.6	2.933	2.934	2.936	2.938	2.939	2.941	2.943	2.944	2.946	2.948
8.7	2.950	2.951	2.953	2.955	2.956	2.958	2.960	2.961	2.963	2.965
8.8	2.966	2.968	2.970	2.972	2.973	2.975	2.977	2.978	2.980	2.982
8.9	2.983	2.985	2.987	2.988	2.990	2.992	2.993	2.995	2.997	2.998
9.0	3.000	3.002	3.003	3.005	3.007	3.008	3.010	3.012	3.013	3.015
9.1	3.017	3.018	3.020	3.022	3.023	3.025	3.027	3.028	3.030	3.032
9.2	3.033	3.035	3.036	3.038	3.040	3.041	3.043	3.045	3.046	3.048
9.3	3.050	3.051	3.053	3.055	3.056	3.058	3.059	3.061	3.063	3.064
9.4	3.066	3.068	3.069	3.071	3.072	3.074	3.076	3.077	3.079	3.081
9.5	3.082	3.084	3.085	3.087	3.089	3.090	3.092	3.094	3.095	3.097
9.6	3.098	3.100	3.102	3.103	3.105	3.106	3.108	3.110	3.111	3.113
9.7	3.114	3.116	3.118	3.119	3.121	3.122	3.124	3.126	3.127	3.129
9.8	3.130	3.132	3.134	3.135	3.137	3.138	3.140	3.142	3.143	3.145
9.9	3.146	3.148	3.150	3.151	3.153	3.154	3.156	3.158	3.159	3.161

제공근표 (3)

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	3.162	3.178	3.194	3.209	3.225	3.240	3.256	3.271	3.286	3.302
11	3.317	3.332	3.347	3.362	3.376	3.391	3.406	3.421	3.435	3.450
12	3.464	3.479	3.493	3.507	3.521	3.536	3.550	3.564	3.578	3.592
13	3.606	3.619	3.633	3.647	3.661	3.674	3.688	3.701	3.715	3.728
14	3.742	3.755	3.768	3.782	3.795	3.808	3.821	3.834	3.847	3.860
15	3.873	3.886	3.899	3.912	3.924	3.937	3.950	3.962	3.975	3.987
16	4.000	4.012	4.025	4.037	4.050	4.062	4.074	4.087	4.099	4.111
17	4.123	4.135	4.147	4.159	4.171	4.183	4.195	4.207	4.219	4.231
18	4.243	4.254	4.266	4.278	4.290	4.301	4.313	4.324	4.336	4.347
19	4.359	4.370	4.382	4.393	4.405	4.416	4.427	4.438	4.450	4.461
20	4.472	4.483	4.494	4.506	4.517	4.528	4.539	4.550	4.561	4.572
21	4.583	4.593	4.604	4.615	4.626	4.637	4.648	4.658	4.669	4.680
22	4.690	4.701	4.712	4.722	4.733	4.743	4.754	4.764	4.775	4.785
23	4.796	4.806	4.817	4.827	4.837	4.848	4.858	4.868	4.879	4.889
24	4.899	4.909	4.919	4.930	4.940	4.950	4.960	4.970	4.980	4.990
25	5.000	5.010	5.020	5.030	5.040	5.050	5.060	5.070	5.079	5.089
26	5.099	5.109	5.119	5.128	5.138	5.148	5.158	5.167	5.177	5.187
27	5.196	5.206	5.215	5.225	5.235	5.244	5.254	5.263	5.273	5.282
28	5.292	5.301	5.310	5.320	5.329	5.339	5.348	5.357	5.367	5.376
29	5.385	5.394	5.404	5.413	5.422	5.431	5.441	5.450	5.459	5.468
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523	5.532	5.541	5.550	5.559
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612	5.621	5.630	5.639	5.648
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701	5.710	5.718	5.727	5.736
33	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788	5.797	5.805	5.814	5.822
34	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874	5.882	5.891	5.899	5.908
35	5.916	5.925	5.933	5.941	5.950	5.958	5.967	5.975	5.983	5.992
36	6.000	6.008	6.017	6.025	6.033	6.042	6.050	6.058	6.066	6.075
37	6.083	6.091	6.099	6.107	6.116	6.124	6.132	6.140	6.148	6.156
38	6.164	6.173	6.181	6.189	6.197	6.205	6.213	6.221	6.229	6.237
39	6.245	6.253	6.261	6.269	6.277	6.285	6.293	6.031	6.309	6.317
40	6.325	6.332	6.340	6.348	6.356	6.364	6.372	6.380	6.387	6.395
41	6.403	6.411	6.419	6.427	6.434	6.442	6.450	6.458	6.465	6.473
42	6.481	6.488	6.496	6.504	6.512	6.519	6.527	6.535	6.542	6.550
43	6.557	6.565	6.573	6.580	6.588	6.595	6.603	6.611	6.618	6.626
44	6.633	6.641	6.648	6.656	6.663	6.671	6.678	6.686	6.693	6.701
45	6.708	6.716	6.723	6.731	6.738	6.745	6.753	6.760	6.768	6.775
46	6.782	6.790	6.797	6.804	6.812	6.819	6.826	6.834	6.841	6.848
47	6.856	6.863	6.870	6.877	6.885	6.892	6.899	6.907	6.914	6.921
48	6.928	6.935	6.943	6.950	6.957	6.964	6.971	6.979	6.986	6.993
49	7.000	7.007	7.014	7.021	7.029	7.036	7.043	7.050	7.057	7.064
50	7.071	7.078	7.085	7.092	7.099	7.106	7.113	7.120	7.127	7.134
51	7.141	7.148	7.155	7.162	7.169	7.176	7.183	7.190	7.197	7.204
52	7.211	7.218	7.225	7.232	7.239	7.246	7.253	7.259	7.266	7.273
53	7.280	7.287	7.294	7.301	7.308	7.314	7.321	7.328	7.335	7.342
54	7.348	7.355	7.362	7.369	7.376	7.382	7.389	7.396	7.403	7.409

제곱근표 (4)

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7.416	7.423	7.430	7.436	7.443	7.450	7.457	7.463	7.470	7.477
56	7.483	7.490	7.497	7.503	7.510	7.517	7.523	7.530	7.537	7.543
57	7.550	7.556	7.563	7.570	7.576	7.583	7.589	7.596	7.603	7.609
58	7.616	7.622	7.629	7.635	7.642	7.649	7.655	7.662	7.668	7.675
59	7.681	7.688	7.694	7.701	7.707	7.714	7.720	7.727	7.733	7.740
60	7.746	7.752	7.759	7.765	7.772	7.778	7.785	7.791	7.797	7.804
61	7.810	7.817	7.823	7.829	7.836	7.842	7.849	7.855	7.861	7.868
62	7.874	7.880	7.887	7.893	7.899	7.906	7.912	7.918	7.925	7.931
63	7.937	7.944	7.950	7.956	7.962	7.969	7.975	7.981	7.987	7.994
64	8.000	8.006	8.012	8.019	8.025	8.031	8.037	8.044	8.050	8.056
65	8.062	8.068	8.075	8.081	8.087	8.093	8.099	8.106	8.112	8.118
66	8.124	8.130	8.136	8.142	8.149	8.155	8.161	8.167	8.173	8.179
67	8.185	8.191	8.198	8.204	8.210	8.216	8.222	8.228	8.234	8.240
68	8.246	8.252	8.258	8.264	8.270	8.276	8.283	8.289	8.295	8.301
69	8.307	8.313	8.319	8.325	8.331	8.337	8.343	8.349	8.355	8.361
70	8.367	8.373	8.379	8.385	8.390	8.396	8.402	8.408	8.414	8.420
71	8.426	8.432	8.438	8.444	8.450	8.456	8.462	8.468	8.473	8.479
72	8.485	8.491	8.497	8.503	8.509	8.515	8.521	8.526	8.532	8.538
73	8.544	8.550	8.556	8.562	8.567	8.573	8.579	8.585	8.591	8.597
74	8.602	8.608	8.614	8.620	8.626	8.631	8.637	8.643	8.649	8.654
75	8.660	8.666	8.672	8.678	8.683	8.689	8.695	8.701	8.706	8.712
76	8.718	8.724	8.729	8.735	8.741	8.746	8.752	8.758	8.764	8.769
77	8.775	8.781	8.786	8.792	8.798	8.803	8.809	8.815	8.820	8.826
78	8.832	8.837	8.843	8.849	8.854	8.860	8.866	8.871	8.877	8.883
79	8.888	8.894	8.899	8.905	8.911	8.916	8.922	8.927	8.933	8.939
80	8.944	8.950	8.955	8.961	8.967	8.972	8.978	8.983	8.989	8.994
81	9.000	9.006	9.011	9.017	9.022	9.028	9.033	9.039	9.044	9.050
82	9.055	9.061	9.066	9.072	9.077	9.083	9.088	9.094	9.099	9.105
83	9.110	9.116	9.121	9.127	9.132	9.138	9.143	9.149	9.154	9.160
84	9.165	9.171	9.176	9.182	9.187	9.192	9.198	9.203	9.209	9.214
85	9.220	9.225	9.230	9.236	9.241	9.247	9.252	9.257	9.263	9.268
86	9.274	9.279	9.284	9.290	9.295	9.301	9.306	9.311	9.317	9.322
87	9.327	9.333	9.338	9.343	9.349	9.354	9.359	9.365	9.370	9.375
88	9.381	9.386	9.391	9.397	9.402	9.407	9.413	9.418	9.423	9.429
89	9.434	9.439	9.445	9.450	9.455	9.460	9.466	9.471	9.476	9.482
90	9.487	9.492	9.497	9.503	9.508	9.513	9.518	9.524	9.529	9.534
91	9.539	9.545	9.550	9.555	9.560	9.566	9.571	9.576	9.581	9.586
92	9.592	9.597	9.602	9.607	9.612	9.618	9.623	9.628	9.633	9.638
93	9.644	9.649	9.654	9.659	9.664	9.670	9.675	9.680	9.685	9.690
94	9.695	9.701	9.706	9.711	9.716	9.721	9.726	9.731	9.737	9.742
95	9.747	9.752	9.757	9.762	9.767	9.772	9.778	9.783	9.788	9.793
96	9.798	9.803	9.808	9.813	9.818	9.823	9.829	9.834	9.839	9.844
97	9.849	9.854	9.859	9.864	9.869	9.874	9.879	9.884	9.889	9.894
98	9.899	9.905	9.910	9.915	9.920	9.925	9.930	9.935	9.940	9.945
99	9.950	9.955	9.960	9.965	9.970	9.975	9.980	9.985	9.990	9.995